ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 23 NOVEMBRE 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

IMMUNOLOGIE. — *Sur les propriétés immunigènes de la cryptotoxine diiodosalicylique.* Note de MM. **H. Vincent** et **L. Velluz.**

Dans une étude relative aux propriétés cryptotoxiques des acides halogénés ortho, méta et parasalicyliques, nous avons signalé le pouvoir particulièrement actif du diiodoorthosalicylate de sodium (¹). Ce sel neutralise complètement, en quatre jours et à 39°, à la dose de $0^{mg},5$, 1^{cm^3} d'une toxine titrant 500 d. m. (²).

La toxine n'est pas détruite. On peut la révéler en abaissant au pH 4,7 le complexe cryptotoxique; dans ce cas, l'injection immédiate du produit est tétanigène. La cryptotoxine diiodosalicylée conserve, cependant, son action immunigène comme le font les toxines en union avec le salicylate de sodium, le benzoate de sodium et d'autres corps cristalloïdes (H. Vincent).

On peut vérifier ce pouvoir de la manière suivante. Dix cobayes, d'un poids moyen compris entre 400 et 500^g, reçoivent successivement, à une ou deux semaines d'intervalle, cinq injections de cryptotoxine diiodosalicylée, savoir 1^{cm^3} la première fois, ensuite 5^{cm^3} de toxine tétanique additionnée de

---

(¹) H. Vincent, *C. R. Soc. Biol.*, **103**, x, 1930, p. 747; H. Vincent et L. Velluz, *Sur les propriétés cryptotoxiques des acides oxybenzoïques halogénés* (*Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 648).

(²) On doit utiliser une toxine fraîchement préparée et une solution aqueuse extemporanée (1 pour 1000) de 3,5 diiodoorthosalicylate de sodium *pur* (exempt d'acide monoiodé et de diiodophénol).

diiodosalicylate de sodium dans la proportion de $0^{g},5$ pour 1000 (1re, 2e et 3e injections), puis de $0^{g},2$ pour 1000 (4e injection), enfin de $0^{g},05$ pour 1000 (5e injection; celle-ci est fortement tétanigène pour le cobaye témoin).

Ces injections immunisantes sont réparties en une période de 46 jours. Dix jours après, les cobayes supportent impunément l'injection d'épreuve de 1^{cm^3} de toxine pure titrant 800 d. m. par centimètre cube. Après cette épreuve, on peut également leur injecter, sans incident, 2^{cm^3}, 5^{cm^3}, 10^{cm^3} de la même toxine pure et récente.

Sur une nouvelle série de cobayes, l'expérience a montré que la durée de l'immunisation peut être sensiblement abrégée. Après trois injections seulement de cryptotoxine (1^{cm^3} de toxine diiodosalicylée successivement à 1 pour 1000, et à 0,5 pour 1000) les cobayes ont pu recevoir, au 34e jour, l'injection d'épreuve de 50 d. m. de toxine pure, puis 250 d. m., 500 d. m., etc., de la même toxine sans production de tétanos, même très léger.

La même expérience a donné un résultat semblable chez le lapin. Dans l'une des séries, quatre lapins ayant reçu en 44 jours six injections sous-cutanées de cryptotoxine diiodosalicylique (1), n'ont présenté, à aucun moment, de symptôme de tétanos après avoir reçu, en 9 jours, 35^{cm^3} (5^{cm^3}, 10^{cm^3} et 20^{cm^3}) de toxine tétanique.

En conséquence, la cryptotoxine diiodosalicylique est capable de conférer rapidement une immunité très forte contre la toxine tétanique pure, à un animal pourtant très sensible tel que le cobaye.

A l'exemple des autres corps cryptotoxiques non colloïdaux qui ont été précédemment étudiés, le diiodosalicylate de sodium possède donc, mais à un degré plus élevé encore, lorsqu'il est mis en contact avec une toxine, le pouvoir de convertir celle-ci en cryptotoxine.

1° Il neutralise la toxine tétanique.

2° La toxine tétanique est, dans ce nouvel état, dissimulée mais non détruite.

3° Enfin le complexe ainsi formé, bien que non toxique, a conservé sa propriété antigène et immunise rapidement les animaux.

Dans les recherches qui précèdent, la constatation uniforme qu'aucun des animaux ainsi protégés n'a accusé le plus léger symptôme de tétanos, même

(1) A ce moment le sérum du lapin neutralise au $\frac{1}{400}$ de centimètre cube 50 d. m. de toxine pure.

très fugace, démontre évidemment que la neutralisation de la toxine est réalisée intégralement aux doses respectives d'antigène et d'anticorps chimique utilisés. La forte immunité conférée par les injections de cryptotoxine n'est donc pas due à un excès, aussi faible qu'il soit, de toxine tétanique libre.

ALGOLOGIE. — *Sur la troisième sorte d'organes pluriloculaires de l'*Ectocarpus secundus *Kütz*. Note de M. C. **Sauvageau**.

J'ai montré en 1896 [1] que les organes pluriloculaires découverts par Thuret et Bornet en 1878 chez l'*Ectocarpus secundus*, et dont ces auteurs soupçonnaient la nature sexuée, sont bien en effet les uns des anthéridies, les autres des oogones. Ils ont la même forme, les mêmes dimensions et la même situation sur la plante, qui est monoïque. Les anthéridies dissolvent complètement leurs cloisons avant la déhiscence; ce sont alors des sacs renfermant des éléments motiles comparables aux anthérozoïdes des *Fucus* et des *Cutleria*. Les oogones renferment de grosses oosphères, de motilité bien moindre, comparables à celles des *Cutleria*, possédant chacune 5 à 10 chromatophores discoïdes. J'ai observé maintes fois la fécondation.

En même temps je signalais une curieuse répartition de ces organes. L'*Ect. secundus* vit sur le *Saccorhiza bulbosa* où sa base pénètre dans les cryptes pilifères. Or, au début de juillet (sur la côte basque), les anthéridies sont aussi abondantes, parfois même plus abondantes que les oogones. La fécondation s'obtient alors aisément et les oosphères fécondées germent facilement, tandis que la plupart des oosphères non fécondées se détruisent. Durant les mois de juillet et d'août, les oogones restent aussi nombreux; au contraire, les anthéridies diminuent graduellement de nombre, deviennent rares et, à la fin d'août, elles ont presque complètement disparu; la désorganisation des oosphères devient alors exceptionnelle; elles germent par parthénogénèse, autrement dit, elles se comportent comme des mégaspores. Les circonstances ne me permettaient pas alors de conserver ces germinations plus de quelques jours et nous ignorons comment l'*Ect. secundus* se perpétue pendant la saison où son support disparaît.

Or, le 16 septembre dernier, dans l'intention de suivre plus longtemps

[1] *Comptes rendus*, **123**, 1896, p. 360, et *Observations relatives à la sexualité des Phéosporées* (Extrait du *Journal de Botanique*, **10**, Paris, 1896, p. 11).

ces germinations parthénogénétiques, j'ai récolté à Guéthary des *Saccorhiza* portant, entre autres épiphytes, de nombreux *Ect. secundus*. Tous ceux que j'ai examinés étaient encore fertiles; ils ne montraient plus d'anthéridies, comme on pouvait s'y attendre, mais les oogones étaient remplacés par d'autres organes pluriloculaires aussi foncés, aussi ventrus, de même forme et de même situation qu'eux, si bien que, sous le microscope à dissection, on pouvait les prendre pour eux. Toutefois, un examen plus précis les montrait cloisonnés en logettes plus petites. Au lieu de donner de grosses oosphères ayant cinq à dix chromatophores, ils fournissaient des zoospores plus petites, pourvues d'un chromatophore unique, sans attraction entre elles, et qui, en passant à l'état d'embryospores arrondies mesuraient 6 à 8^{μ} seulement. Les oogones ou mégasporanges étaient donc remplacés par des méiosporanges.

Des exemplaires récoltés le 16 octobre étaient identiques à ceux du 16 septembre. En novembre, le *Saccorhiza* était inabordable à cause de l'état de la mer, mais des individus rejetés à la côte le 10 novembre portaient aussi des *Ect. secundus* garnis de méiosporanges. Les cultures que j'ai entreprises nous renseigneront, je l'espère, sur le sort de l'*Ect. secundus* pendant la saison froide.

L'existence jusqu'à présent insoupçonnée d'une troisième sorte d'organes pluriloculaires chez cette plante sexuée apportera un peu de lumière sur l'interprétation de ce que nous savons de certains autres *Ectocarpus*. Ainsi, l'*Ect. Padinæ* possède des anthéridies, des méiosporanges et des mégasporanges, mais la fécondation n'y ayant pas encore été observée, rien n'indiquait lesquels de ces deux derniers étaient des oogones possibles. On dira maintenant que ses mégasporanges sont des oogones. La différence sous ce rapport entre l'*Ect. Padinæ* et l'*Ect. secundus* est que, chez le premier, les oogones et les méiosporanges sont souvent simultanés, tandis qu'ils apparaissent successivement chez le second. De même, l'*Ect. virescens* possède des méiosporanges et des mégasporanges; on n'y connaît point d'autres organes reproducteurs. On dira que ses mégasporanges pourraient être des oogones, comme chez l'*Ect. secundus*, et ses méiosporanges de vrais sporanges; si les anthéridies existaient autrefois, elles ont disparu.

M. G. **Urbain** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Union internationale de Chimie. Table internationale de poids atomiques. Premier Rapport de la Commission des poids atomiques.* 1931.

M. G. **Urbain** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Centenaire Paul Schutzenberger* 1929. *Fondation Schutzenberger. Société de Bourses et Recherches scientifiques chimiques.*

M. M. **d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Wladimir Margoulis, dont il a écrit la *Préface*. Cet Ouvrage, intitulé *Les Abaques à transparent orienté ou tournant*, comprend deux parties; la première où M. Margoulis reprend, à un nouveau point de vue, la théorie générale de la représentation plane des équations, particulièrement en vue de l'étude des abaques à transparent orienté ou tournant, dans laquelle il s'est depuis longtemps spécialisé; la seconde partie comprend un ensemble d'applications du plus haut intérêt à diverses importantes techniques : les turbo-machines à hélices; la mécanique de l'avion; les groupes vaporisateurs. Ce travail a servi de thèse à l'auteur pour l'obtention du titre de docteur de l'Université de Paris; c'est la première fois que la nomographie fournit un sujet de thèse de doctorat.

M. **René Maire** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Les progrès des connaissances botaniques en Algérie depuis* 1830.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Notes, Lettres et Discours d'*Ernest Solvay. I. *Gravifique et Physiologie;* II. *Politique et Science sociale.*

2° *Tables annuelles de Constantes et Données numériques de Chimie, de Physique, de Biologie et de Technologie.* Secrétaire général : Ch. Marie. Volume VIII. Année 1927-1928. Première partie.

3° *Les états de Syrie. Richesses marines et fluviales. Exploitation actuelle. Avenir*, par A. Gruvel. (Présenté par M. L. Mangin.)

ALGÈBRE. — *Sur la limite supérieure des modules des zéros des polynomes.* Note de M. PAUL MONTEL.

1. Considérons le polynome

$$P(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n;$$

le problème de la détermination du module maximum des zéros de ce polynome peut être énoncé ainsi : le point $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ parcourant un domaine de l'espace à $2n$ dimensions, trouver le rayon ρ du plus petit cercle du plan des x ayant son centre à l'origine et contenant tous les zéros des polynomes correspondants.

Plaçons-nous dans le cas où le point P, de coordonnées réelles et non négatives, $|a_1|$, $|a_2|$, $\ldots$, $|a_n|$ se déplace dans une région de l'espace à n dimensions. Lorsque ce domaine est le cube (D) défini par les inégalités

$$|a_i| \leqq N \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

on sait que ρ est inférieur à $1 + N$.

Supposons que P soit situé dans le domaine (D_m) défini par l'inégalité

$$|a_1|^m + |a_2|^m + \ldots + |a_n|^m \leqq N^m, \qquad (m > 1),$$

on a alors

$$\rho < \left[1 + N^{\frac{m}{m-1}}\right]^{\frac{m-1}{m}}.$$

Lorsque m est compris entre 1 et 2, on peut prendre comme limite supérieure la valeur

$$(1 + N^m)^{\frac{1}{m}}.$$

Par conséquent, le nombre

$$\sqrt[m]{1 + |a_1|^m + \ldots + |a_n|^m} \qquad (1 < m \leqq 2)$$

est une limite supérieure du module des zéros d'un polynome.

Lorsque m croît indéfiniment le domaine (D_m) vient se confondre avec (D) et la limite devient l'expression classique : $1 + \max|a_i|$.

En faisant tendre m vers l'unité, on voit que : *on peut prendre comme limite supérieure des modules des zéros de* $P(x)$ *le nombre*

$$|a_1| + \ldots + |a_n|,$$

si cette somme est supérieure à un et la valeur un lorsque l'on a

$$|a_1| + \ldots + |a_n| \leqq 1.$$

2. Désignons par $A_0, A_1, \ldots, A_n, A_{n+1}$ les points d'affixes 1, $a_1, \ldots, a_n$, 0 et par L la longueur de la ligne brisée obtenue en joignant deux points consécutifs :

Les modules des zéros sont inférieurs à L.

Lorsque $L = 1$, la ligne brisée se réduit au segment rectiligne (0, 1) et l'on retrouve au théorème dû à M. Kakeya : si les nombres a_i sont réels, positifs, croissants avec i et inférieurs à *un*, les modules des zéros sont inférieurs à *un*.

Si les points A_i sont placés dans l'ordre naturel sur un arc de courbe de longueur l joignant les points 0 et 1, les zéros ont leurs modules inférieurs à l, quelles que soient les positions des points.

3. Donnons-nous une suite infinie de nombres positifs :

$$c_1, c_2, \ldots, c_n, \ldots$$

et considérons les polynomes $P(x)$ pour lesquels $|a_i| \leq c_i$.

La condition nécessaire et suffisante pour que les zéros de ces polynomes aient des modules bornés est que l'expression

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \sqrt[n]{c_n}$$

ait une valeur finie. La limite supérieure est alors l'inverse de la racine positive de l'équation

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n = 1.$$

Pour $c_n = N$, on retrouve le résultat classique.

Supposons que les nombres c_i dépendent du degré de $P(x)$, c'est-à-dire que ce polynome admette un polynome majorant $\Pi_n(x)$ à coefficients positifs ne dépendant que du degré n de $P(x)$. Désignons par $Q_n(x)$ le polynome

$$x^n \Pi_n\left(\frac{1}{x}\right) - 1.$$

Soit alors un ensemble quelconque (E) de polynomes $P(x)$.

La condition nécessaire et suffisante pour que les zéros des polynomes $P(x)$ *appartenant à l'ensemble* (E) *aient leurs modules bornés est que la famille des polynomes* $Q_n(x)$ *soit normale autour de l'origine.*

Supposons maintenant que le coefficient de x^n dans $P(x)$ puisse prendre différentes valeurs ; soit

$$P(x) = \alpha x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$$

et

$$Q(x) = x^n P\left(\frac{1}{x}\right) - \alpha = a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n.$$

Désignons par (E_α) un ensemble de polynomes correspondant au même coefficient α :

La condition nécessaire et suffisante pour que les zéros des polynomes $P(x)$ *appartenant à l'un ou à l'autre des ensembles* (E_{α_1}) *et* (E_{α_2}) *aient leurs modules bornés est que la famille des polynomes* $Q(x)$ *soit normale autour de l'origine. Dans ce cas les modules des zéros sont bornés pour toute valeur de* α.

ANALYSIS SITUS. — *Sur la théorie de la dimension.*

Note (¹) de M. **Eduard Čech**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Dans cette Note j'appelle *espace* un espace topologique R possédant les deux propriétés ci-après (²) : 1° si F_1, F_2 sont deux sous-ensembles *fermés* de R sans point commun, il existe deux sous-ensembles *ouverts* de R sans point commun contenant respectivement F_1 et F_2; 2° chaque sous-ensemble ouvert de R est une somme d'une infinité dénombrable de sous-ensembles fermés de R. Chaque sous-ensemble d'un espace est un espace. Chaque espace *distancié* (metrischer Raum) constitue un cas particulier de nos espaces.

2. $\dim R = -1$ si $R = 0$ et réciproquement. $\dim R \leq n$ signifie que, A étant un sous-ensemble fermé de R et U un sous-ensemble ouvert de R contenant A, il existe un sous-ensemble ouvert V de R contenant A, contenu dans U et tel que $\dim H \leq n - 1$, où H est la frontière de V. On sait que pour les espaces *séparables* cette définition de la dimension coïncide avec celle de Menger-Urysohn (³). Or j'ai démontré les trois théorèmes ci-après, qui ne l'étaient jusqu'à présent que pour les espaces séparables.

3. S étant un sous-ensemble arbitraire de R, on a $\dim S \leq \dim R$ (⁴).

4. Lorsque $R = \sum_{i=1}^{\infty} S_i$, les ensembles S_i étant fermés dans R, si $\dim S_i \leq n$ pour chaque i, on a aussi $\dim R \leq n$ (⁵).

(¹) Séance du 16 novembre 1931.

(²) P. Urysohn, *Math. Annalen*, 94, 1925, p. 286, note (⁴¹) au bas de la page.

(³) K. Menger, *Dimensionstheorie*, Leipzig-Berlin, Teubner, 1928, p. 116.

(⁴) Menger, *loc. cit.*, p. 81.

(⁵) Menger, *loc. cit.*, p. 92.

5. Soit $R = \sum_{\nu=1}^{m} U_\nu$, les U_ν étant ouverts dans R; soit $\dim R = n$. Il existe des sous-ensembles ouverts V_i de R en nombre fini tels que : 1° $R = \Sigma \overline{V}_i$, où $\overline{V}_i$ est la fermeture de V_i; 2° chaque $\overline{V}_i$ fait partie d'un U_ν; 3° pour $2 \leqq \mu \leqq n + 2$, si S_μ désigne l'ensemble de tous les points de R appartenant à μ au moins des ensembles $\overline{V}_i$, on a $\dim S_\mu \leqq n - r + 1$ [1].

6. Les démonstrations seront publiées dans un autre Recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le minimum du rapport de certaines intégrales*. Note [2] de M. **Maurice Janet**.

1. J'ai déterminé [3] le minimum du rapport

$$\frac{\int_{-1}^{+1} \left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)^2 dx}{\int_{-1}^{+1} \left(\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right)^2 dx},$$

lorsque y est assujettie à s'annuler ainsi que ses $n - 1$ premières dérivées aux extrémités de l'intervalle $(-1, +1)$. Le résultat trouvé peut s'énoncer sous une forme très simple : le minimum en question est égal au plus petit zéro de *la dérivée d'ordre* $n - 1$ de

$$\cos\sqrt{\lambda}.$$

2. Le minimum (cf. G. Cimmino, *Bollettino della unione matematica italiana*, 8, p. 225, et M. Janet, *Bull. des Sc. math.*, 2e série, 55, 1931) du rapport

$$\frac{\int_{-1}^{+1} \left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)^2 dx}{\int_{-1}^{+1} \left(\frac{d^{n-p} y}{dx^{n-p}}\right)^2 dx} \qquad (n \geqq p \geqq 1),$$

lorsque y est assujettie à s'annuler ainsi que ses $n - 1$ premières dérivées aux extrémités de l'intervalle $(-1, +1)$, est égal à la puissance $2p$ du plus petit zéro positif du déterminant

$$A_k(x) \quad j^{-2k} A_k(jx) \quad j^{-4k} A_k(j^2 x) \quad \ldots \quad j^{-2(p-1)k} A_k(j^{p-1} x) \,\|$$
$$(k = n - 2p,\ n - 2p + 1,\ \ldots,\ n - p - 1).$$

(1) Menger, *loc. cit.*, p. 156.

(2) Séance du 16 novembre 1931.

(3) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 32.

où l'on a posé [1] :

$$A_{-1}(x) = \frac{\cos x}{x}, \qquad A_0(x) = \sin x,$$
$$A_{h+1}(x) = (2h+1)A_h(x) - x^2 A_{h-1}(x),$$
$$j = e^{\frac{i\pi}{p}}.$$

Par exemple, le minimum de

$$\frac{\int_{-1}^{+1} y''^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y^2\,dx}, \quad \text{ou} \quad \frac{\int_{-1}^{+1} y'''^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y'^2\,dx}, \quad \text{ou} \quad \frac{\int_{-1}^{+1} (y^{(4)})^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y''^2\,dx}$$

quand y, y', ou y, y', y'', ou y, y', y'', y''' sont assujetties à s'annuler aux extrémités de l'intervalle $(-1, +1)$ est égal à la puissance quatrième de la plus petite racine positive de l'équation

$$\tang x + \tangh x = 0, \quad \text{ou} \quad \tang x - \tangh x = 0, \quad \text{ou} \quad \cot x + \coth x = \frac{2}{x}.$$

3. On peut remarquer qu'en obtenant l'expression précise du minimum de $\dfrac{\int_{-1}^{+1} (y^{(n)})^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y^2\,dx}$ dans les conditions indiquées, on a obtenu par cela même celle du minimum *dans les mêmes conditions* (en supposant seulement en plus l'existence et la continuité des dérivées d'ordre $n+1$, $n+2$, ..., $2n$) de $\dfrac{\int_{-1}^{+1} (y^{(2n)})^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} (y^{(n)})^2\,dx}$, car on sait que ces deux minima sont égaux.

Par exemple, quand y, y', y'' sont assujetties à s'annuler aux extrémités de l'intervalle $(-1, +1)$, le minimum de $\dfrac{\int_{-1}^{+1} [y^{(6)}]^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y'''^2\,dx}$ est égal, comme celui de $\dfrac{\int_{-1}^{+1} y'''^2\,dx}{\int_{-1}^{+1} y^2\,dx}$, à π^6.

---

[1] Cf. HERMITE, *Œuvres*, 3, p. 135.

4. Les résultats donnés précisent la relation des valeurs singulières du paramètre λ, correspondant à l'équation différentielle

$$y^{(2n)} - (-1)^p \lambda y^{(2n-2p)} = 0$$

et aux conditions aux limites $y = y' = y'' = \ldots = y^{(n-1)}$ pour $x = -1$ et $x = +1$, lorsque $n > p$, avec celles qui correspondent au cas $n = p$.

En ce qui concerne les équations à plusieurs variables indépendantes, je me borne au cas le plus simple :

Les valeurs singulières de λ pour lesquelles l'équation [1]

$$\Delta^n u + \lambda \Delta^{n-1} u = 0$$

a une solution non identiquement nulle, régulière ainsi que ses dérivées jusqu'à l'ordre $2n$ à l'intérieur du cercle de rayon 1, ne dépendant que de la distance au centre et s'annulant sur la circonférence ainsi que ses dérivées normales jusqu'à l'ordre $n-1$, sont les zéros *de la dérivée d'ordre* $n-1$ de la fonction de Fourier-Bessel

$$J_0(\sqrt{\lambda}).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La décomposition de la matrice intégrale normale d'un système d'équations différentielles linéaires et la construction de la matrice primitive.* Note [2] de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Nous avons construit [3] la matrice intégrale $Y_b(x)$ d'un système

$$(1) \qquad \frac{dY}{dx} = Y \sum_{p=-s}^{\infty} T_p x^p,$$

qui se réduit à I pour $x = b$

$$(2) \qquad Y_b(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1} \ldots T_{p_\nu} \sum_{\mu=0}^{\nu} b^{p_1+\ldots+p_\mu} x^{p_{\mu+1}+\ldots+p_\nu+\nu-\mu}$$
$$\times \sum_{\lambda=0}^{\mu} \overset{*}{\alpha}{}^{(\lambda)}_{p_1\ldots p_\mu} \log^\lambda b \sum_{t=0}^{\nu-\mu} \alpha^{(t)}_{p_{\mu+1}\ldots p_\nu} \log^t x.$$

---

(1) $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; Δ^n indique que l'opération Δ a été effectuée n fois.

(2) Séance du 3 novembre 1931.

(3) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 820.

Le théorème suivant caractérise la ramification de cette matrice au point $x = 0$. Nous supposerons dans la suite que b et x appartiennent au domaine $0 < |b|$ et $|x| < 1$ et $\alpha^{(0)}_{p_1 \dots p_\nu} = 0$ pour $p_1 + \dots + p_\nu + \nu = 0$:

Théorème IV. — *La matrice $Y_b(x)$ peut être mise sous la forme*

$$(3) \qquad Y_b(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{W(b)} \overline{Y}_b(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{W(b)} \sum_{p,q=-\infty}^{+\infty} B_{pq} b^p x^q,$$

et dans le domaine

$$(4) \qquad \sum_{p=-\infty}^{+\infty} |T_p| \leq \|\rho\|,$$

pour ρ — assez petit, $Y_b(x)$, B_{pq}, $\left(\frac{x}{b}\right)^{W(b)}$ et $W(b)$ sont fonctions également holomorphes des matrices T_p.

Nous avons, entre autres, les formules suivantes :

$$W(b) = \frac{1}{2\pi i} \log V(b) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)}{\nu} [V(b) - I]^\nu;$$

$$\overline{Y_b}(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1, \dots, p_\nu = -s}^{\infty} T_{p_1} \dots T_{q_\nu} \sum_{p_1=0}^{\nu} b^{p_1 + \dots + p_\mu + p_1} x^{p_{\mu+1} + \dots + p_\nu + \nu - \mu} \overset{*}{\alpha}{}^{(0)}_{p_1 \dots p_\mu} \alpha^{(0)}_{p_{\mu+1} \dots p_\nu}$$

$$B_{00} = I; \quad B_{pq} = \sum_{\nu=2}^{\infty} \sum_{p_1, \dots, p_\nu = -s}^{\infty} T_{p_1} \dots T_{p_\nu} \sum_{\mu=1}^{\nu-1} \beta^{(p)}_{p_1 + \dots + p_\mu + \mu} \beta^{(q)}_{p_{\mu+1} + \dots + \nu - p_1} \overset{*}{\alpha}{}^{(0)}_{p_1 \dots p_\mu} \alpha^{(0)}_{p_{\mu+1} \dots p_\nu}$$

$$(p \text{ et } q \neq 0),$$

où $\beta^{(q)}_p = 0$ pour $p \neq q$ et $\beta^{(q)}_p = 1$ pour $p = q$.

La matrice $Y_b(x)$ dépendante de b n'est pas la matrice intégrale la plus simple du système (1). Remarquons qu'on peut décomposer la série (2) en deux facteurs :

$$\left[I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1, \dots, p_\nu = -s}^{\infty} T_{p_1} \dots T_{p_\nu} b^{p_1 + \dots + p_\nu + \nu} \sum_{\mu=0}^{\nu} \overset{*}{\alpha}{}^{(\mu)}_{p_1 \dots p_\nu} \log^\mu b\right]$$

$$\times \left[I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1, \dots, p_\nu = -s}^{\infty} T_{p_1} \dots T_{p_\nu} x^{p_1 + \dots + p_\nu + \nu} \sum_{\mu=0}^{\nu} \alpha^{(\mu)}_{p_1 \dots p_\nu} \log^\mu x\right].$$

Cela conduit à la définition de la « matrice intégrale primitive » $Z(a)$.

Théorème V. — *Dans un domaine (4) les matrices $Z(x)$ et $Z^{-1}(x)$ sont*

fonctions également holomorphes des matrices T_p

$$Z(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} x^{p_1+\ldots+p_\nu+\nu} \sum_{\mu=0}^{\nu} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(\mu)} \log^\mu x,$$

$$Z(x)^{-1} = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} x^{p_1+\ldots+p_\nu+\nu} \sum_{\mu=0}^{\nu} \overset{*}{\alpha}{}_{p_1\ldots p_\nu}^{(\mu)} \log^\mu x.$$

Pour cette matrice primitive a lieu le théorème analogue au théorème IV.

Théorème VI. — *La matrice* $Z(x)$ *peut être mise sous la forme*

$$Z(x) = x^{\mathrm{H}} \bar{Z}(x) = x^{\mathrm{H}} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_p x^p$$

et, dans le domaine (4), $\bar{Z}(x)$, A_p, x^{H}, H *et la matrice intégrale* G *de la matrice* $Z(x)$ *sont des fonctions également holomorphes des matrices* T_p.

Nous avons, entre autres, les formules suivantes :

$$\bar{Z}(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} x^{p_1+\ldots+p_\nu+\nu} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(0)},$$

$$\bar{Z}(x)^{-1} = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} x^{p_1+\ldots+p_\nu+\nu} \overset{*}{\alpha}{}_{p_1\ldots p_\nu}^{(0)},$$

$$A_0 = I; \quad A_p = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} \beta_{p_1+\ldots+p_\nu+\nu}^{(p)} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(0)} \quad (p \neq 0),$$

$$x^{\mathrm{H}} = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} \beta_{p_1+\ldots+p_\nu+\nu}^{(0)} \sum_{\mu=0}^{\nu} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(\mu)} \log^\mu x,$$

$$\frac{1}{k!} \mathrm{H}^k = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} \beta_{p_1+\ldots+p_\nu+\nu}^{(0)} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(k)} \quad (k = 1, 2, \ldots),$$

$$G^k = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{p_1,\ldots,p_\nu=-s}^{\infty} T_{p_1}\ldots T_{p_\nu} \beta_{p_1+\ldots+p_\nu+\nu}^{(0)} \sum_{\mu=0}^{\nu} \alpha_{p_1\ldots p_\nu}^{(\mu)} (2k\pi i)^\mu \quad (k = \pm 1, \pm 2, \ldots).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques équations aux dérivées partielles.* Note [1] de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soient M un point fixe de coordonnées $u_1, \ldots, u_r$, S une surface de l'espace à r dimensions, P un point variable de la surface, de coordonnées

---

[1] Séance du 16 novembre 1931.

$\alpha_1, \ldots, \alpha_r$, $\mu(\alpha_1, \ldots, \alpha_r)$ une fonction de ces coordonnées; considérons la fonction

$$\mathrm{U}(u_1, \ldots, u_r) = \int_{\mathrm{S}} \left[\prod_{i=1}^{r} (u_i - \alpha_i) \right]^n \mu \, d\sigma,$$

on voit facilement que

$$\frac{\partial^j \mathrm{U}}{\partial u_1 \ldots \partial u_j} = n^j \int_{\mathrm{S}} \prod_{i=j+1}^{r} (u_i - \alpha_i) \left[\prod_{i=1}^{r} (u_i - \alpha_i) \right]^{n-1} \mu \, \delta\sigma \qquad (j = 1, \ldots, r).$$

2. Nous allons étudier deux cas simples de surfaces S pour lesquelles la fonction U vérifie une équation aux dérivées partielles de forme simple par rapport aux variables $u_1, \ldots, u_r$.

a. Supposons que S soit l'hyperplan passant par l'origine, d'équation

$$\sum_{i=1}^{r} \lambda_i \alpha_i = 0;$$

on est très facilement conduit, en éliminant les α_i, à l'équation aux dérivées partielles (¹)

$$\Delta_r \mathrm{U} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{r} \lambda_i u_i} \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \frac{\partial^{r-1} \mathrm{U}}{\partial u_1 \, \partial u_2 \ldots \partial u_{i-1} \, \partial u_{i+1} \ldots \partial u_r}.$$

Avec les notations de M. P. Humbert on a dans le cas $r = 3$, le plan considéré étant alors le plan d'équation $a = 0$,

$$(1) \qquad \Delta_3 \mathrm{U} = \frac{3n}{x} \left(\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial y \, \partial z} \right).$$

b. Supposons maintenant que la surface S soit la surface d'équation

$$\prod_{i=1}^{r} \alpha_i = 1.$$

En éliminant encore les α_i on est conduit à l'équation aux dérivées par-

---

(¹) Nous reprenons les notations de notre précédente Note (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 825).

tielles

$$E_r \equiv [u_1 u_2 \ldots u_r - 1]\Delta_r U - n\sum_i u_1 \ldots u_{i-1} u_{i-1} \ldots u_r \frac{\partial^{r-1} U}{\partial u_1 \ldots \partial u_{i-1} \partial u_{i+1} \ldots \partial u_r}$$

$$+ n^2 \sum_{i,j} u_1 \ldots u_{i-1} u_{i+1} \ldots u_{j-1} u_{j+1} \ldots u_r \frac{\partial^{r-2} U}{\partial u_1 \ldots \partial u_{i-1} \partial u_{i+1} \ldots \partial u_{j-1} \partial u_{j+1} \ldots \partial u_r}$$

$$+ \ldots + (-n)^{r-1} \sum_i u_i \frac{\partial U}{\partial u_i} + (-n)^r U = 0.$$

Avec les notations de M. P. Humbert on a dans le cas $r = 3$,

$$E_3 \equiv [x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz - 1]\Delta_3 U$$

$$- 9n \mathrm{S}(x^2 - yz)\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y\, \partial z}\right) + 27n^2 \mathrm{S}\, x \frac{\partial U}{\partial x} - 27n^3 U = 0.$$

3. Donnons maintenant quelques intégrales de l'équation aux dérivées partielles E_r dans le cas $r = 3$ (la généralisation est du reste aisée et nous évitons ainsi les notations par trop compliquées).

Une transformation simple permet d'abord d'écrire l'équation sous la forme condensée

$$\Delta_3\left[\frac{U}{p^n}\right] = \frac{\Delta_3 U}{p^{n+1}}.$$

On en déduit les intégrales

$$U = [f(u) + f_1(v)]u^n v^n + [g(v) + g_1(w)]v^n w^n + [h(w) + h_1(u)]w^n u^n,$$

$$U = [f(u) + f_1(v)]w^n + [g(v) + g_1(w)]u^n + [h(w) + h_1(u)]v^n,$$

où $f(u)$, $f_1(v)$, $g(v)$, $g_1(w)$, $h(w)$, $h_1(u)$ sont six fonctions arbitraires.

Cherchons maintenant les intégrales qui ne dépendent que du produit

$$p = uvw.$$

En posant $U = F(p)$ on est conduit à l'équation hypergéométrique du troisième ordre

$$p^2(1-p)\frac{d^3F}{dp^3} - [3 - 3(n-1)p]p\frac{d^2F}{dp^2} + [1 - (1 - 3n - 3n^2)p]\frac{dF}{dp} - n^3 F = 0.$$

Faisons enfin le changement de variables

$$u = e^{\rho+\theta+\varphi}, \qquad v = e^{\rho+j\theta+j^2\varphi}, \qquad w = e^{\rho+j^2\theta+j\varphi},$$

ou ce qui revient au même $P(\theta, \varphi)$, $Q(\theta, \varphi)$, $R(\theta, \varphi)$ étant les fonctions d'Appell

$$x = e^{\rho}P(\theta, \varphi), \qquad y = e^{\rho}Q(\theta, \varphi), \qquad z = e^{\rho}R(\theta, \varphi).$$

On trouve l'équation

$$(e^{3\rho}-1)\left(\frac{\partial^3 U}{\partial\rho^3}+\frac{\partial^3 U}{\partial\theta^3}+\frac{\partial^3 U}{\partial\varphi^3}-\frac{3\,\partial^3 U}{\partial\rho\,\partial\theta\,\partial\varphi}\right)-\frac{n}{3}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial\rho^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial\theta\,\partial\varphi}\right)+n^2\frac{\partial U}{\partial\rho}-n^3 U=0.$$

En cherchant des solutions de la forme $U=V(\rho)P(\lambda\theta,\mu\varphi)$ on est conduit en posant $e^{3\rho}=t$ et en astreignant λ, μ à vérifier la relation

$$n^3-\frac{\lambda\mu}{3}n+(\lambda^3+\mu^3)=0.$$

à l'équation hypergéométrique

$$t^2(1-t)\frac{d^2V}{dt^2}+\left(3+\frac{n}{9}-3t\right)t\frac{dV}{dt}+\left[1-\frac{\lambda\mu}{3}+\frac{n-n^2}{9}-\left(1-\frac{\lambda\mu}{3}\right)t\right]\frac{dV}{dt}$$
$$-(\lambda^3+\mu^3)V=0.$$

4. Nous présenterons pour terminer deux remarques :

a. Quelle que soit la surface S considérée, la fonction

$$\int\int_S \text{Log}[(x-a)^3+(y-b)^3+(z-c)^3-3(x-a)(y-b)(z-c)]\,\mu\,d\sigma$$

est intégrale de l'équation (1).

b. Des calculs qui précèdent résulte que l'équation

$$\Delta_3[p^n U]=p^{n+1}\Delta_3 U$$

admet l'intégrale

$$U=\frac{1}{p^n}\int\int_S[(1-\alpha u)(1-\beta v)(1-\gamma w)]^n\,d\sigma,$$

où $\alpha\beta\gamma=1$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le facteur de convergence uniforme de M. Leja d'une série de polynomes.* Note de M. **Abramesco**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le facteur de convergence de M. Leja [1] d'une série de polynomes $\Sigma P_n(x)$ est en relation avec le domaine de convergence de cette série.

---

[1] **Leja**, *Sur une propriété des séries de polynomes* (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 506); *Sur le facteur de convergence des séries de polynomes* (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 764).

Supposons que les polynomes $P_n(x)$ sont tels que

$$\limsup \sqrt[n]{|P_n(x)|} = |p(x)|,$$

comme pour les polynomes de Faber, polynomes orthogonaux, ou qu'ils vérifient une relation de récurrence de Poincaré quand on connaît

$$\lim (P_{n+1} : P_n) = u(x) \quad (^1).$$

La courbe (Γ) de convergence de la série de polynomes $\Sigma A_n P_n(x)$, où $\limsup \sqrt[n]{|A_n|} = \frac{1}{l}$ est donnée par

$$|p(x)| = l \qquad \text{ou} \qquad |u(x)| = l,$$

et la série est valable dans le domaine (D) intérieur à la courbe (Γ).

Donc, à toute série $\Sigma P_n(x)$, convergente sur un arc rectifiable de longueur aussi petite qu'on veut, correspond [2] un domaine d'existence donné par $|p(x)| = 1$ et un seul facteur de convergence $\frac{1}{|p(x)|}$ donnant le domaine de convergence de cette série (auquel appartient l'arc rectifiable considéré), et comme, à l'intérieur du domaine, on a $|p(x)| \leq 1$, il résulte que le facteur de convergence est ≥ 1.

On peut envisager la même notion de facteur de convergence pour les séries de M. Appell procédant suivant les inverses de polynomes donnés, $\sum \frac{A_n}{P_n(x)}$, pour lesquelles $\limsup \sqrt[n]{|A_n|} = l'$ et les courbes (C) de convergence sont données par $|p(x)| = l'$ et sont valables à l'extérieur de la courbe (C) et à la courbe (C') où sont les racines des polynomes $P_n(x)$.

2. Pour nous rendre compte de l'importance de la considération des limites $\sqrt[n]{|P_n(x)|}$, considérons le cas où les suites

(1) $$\sqrt[n]{|A_n|} \quad \text{et} \quad \sqrt[n]{|P_n(x)|} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

ne tendent pas vers des limites uniques pour $n \to \infty$, quand la région de convergence de la série $\Sigma A_n P_n(x)$ ne dépend pas seulement, en général, des limites supérieures des snites (1), mais aussi des autres points limites de ces

---

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 9e série, 1, 1922, p. 77-84; *Bulletin des Sciences math.*, 54, novembre 1930, p. 336.

(2) D'après les théorèmes de Stieltjes et M. Vitali (Voir Montel, *Leçons sur les familles normales de fonctions analytiques*, p. 30).

mêmes suites, ce qu'on voit dans l'exemple suivant qui m'a été communiqué par M. Karamata. Considérons dans la série $S(z)=\sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(z)$, où les polynomes $P_n(z)$ sont de la forme

$$P_n(z)=[z-(-1)^n]^n \qquad (n=0, 1, 2, \ldots).$$

séparément les sommes $S_1(z)$ des termes de rang pair et $S_2(z)$ des termes de rang impair. La série $S(z)$ convergera dans le domaine (D) intérieur aux cercles

$$|z+1|=l_1, \quad \limsup_{n\to\infty} \sqrt[2n]{|A_{2n}|}=\frac{1}{l_1},$$

$$|z-1|=l_2, \quad \limsup_{n\to\infty} \sqrt[2n+1]{|A_{2n+1}|}=\frac{1}{l_2}.$$

Considérons encore le résultat suivant dû à M. Karamata. Du fait que

$$\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|A_n P_n(z)|} \leq \limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|A_n|} \limsup_{n=\infty} \sqrt[n]{|P_n(z)|} = \frac{1}{l}|p(z)|.$$

la série $S(z)$ convergera toujours à l'intérieur du domaine (D) défini par $p(z)=l$, mais $p(z)=l$ ne sera pas, en général, la courbe limitant le domaine de convergence de la série $S(z)$; cependant, si l'une des deux suites (1) tend vers une limite déterminée pour $n\to\infty$, la série $S(z)$ converge seulement à l'intérieur de cette courbe.

3. Des exemples de séries de polynomes, offrant des singularités de convergence plus profondes, ont été donnés par M. Helge von Koch (1).

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur l'unicité de la solution des problèmes de frottement*. Note de M. R. MAZET, présentée par M. P. Painlevé.

On considère un solide soumis à des forces données et en contact avec un obstacle fixe. On suppose : 1° que le contact a lieu par un seul point; 2° qu'au voisinage de ce point la surface du solide et celle de l'obstacle ne présentent aucune singularité; 3° que le contact est du premier ordre; 4° que les lois de Coulomb sont applicables à la force de contact avec un coefficient de frottement f invariable, qu'il y ait ou non glissement.

(1) HELGE VON KOCH, *Remarques sur quelques séries de polynomes* (*Bull. Soc. math. France*, 34, 1906, p. 269-274).

Nous n'envisagerons dans cette Note que le cas du mouvement plan.

Soient t_0 un instant quelconque, O le point de contact à cet instant, C_m et C_f les courbures en ce point du solide et de l'obstacle (valeurs algébriques). Prenons comme axes : Ox la tangente commune orientée dans un sens arbitraire, Oy la normale commune orientée de l'obstacle vers le solide $\left(C_m - C_f = \frac{1}{\delta} > 0\right)$.

Supposons qu'à l'instant t, postérieur à t_0, la courbe L qui limite le solide ne soit plus forcément tangente à la courbe L_1 qui limite l'obstacle. Soient $\vec{u}$ le verseur de la normale commune déduite par continuité de Oy, M et M_1 les deux points qui se font vis-à-vis sur cette normale (M sur L, M_1 sur L_1), $\vec{W}$ la vitesse matérielle du point M, $\vec{W}_l$ la projection de $\vec{W}$ sur le support d'un verseur issu de M, situé du même côté de $\vec{u}$ que $\vec{W}$ et faisant avec $\vec{u}$ l'angle $\pm l$ défini par $\cot l = f\left(0 < l < \frac{\pi}{2}\right)$. Supposons le solide en mouvement sous l'action des forces données et d'une force inconnue $\vec{R}$, appliquée à chaque instant au point M et satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\overrightarrow{M_1M} \times \vec{R} = 0, \tag{1}$$

$$\vec{W}_l \times \vec{R} = 0, \tag{2}$$

$$\vec{u} \times \overrightarrow{M_1M} \geqq 0, \tag{3}$$

$$\vec{u} \times \vec{R} \geqq 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{dW^2}{dt}\right) \times \vec{u} \times \vec{R} \geqq 0, \tag{5}$$

$$\vec{u} \times \vec{r} \geqq \sin l, \tag{6}$$

$\vec{r}$ étant le verseur de $\vec{R}$.

Il est aisé de constater que le problème ainsi posé est identique à celui du mouvement du solide en présence de l'obstacle lorsqu'il est soumis aux forces données et, en cas de contact effectif, à la réaction de l'obstacle définie par les lois de Coulomb. Il a l'avantage de comporter une mise en équation *unique* valable pour les trois cas possibles : glissement, roulement sans glissement, cessation du contact.

La condition (5) est seule nouvelle : elle exprime qu'*en cas de glissement une augmentation du coefficient de frottement ne peut*, toutes choses égales

d'ailleurs, *favoriser le glissement*. Nous proposons d'admettre ce postulat comme répondant au caractère *essentiellement passif* du frottement en physique.

La position du solide, de masse m, par rapport aux axes Ox, Oy, dépend de trois paramètres : ξ, η coordonnées de son centre de gravité G, θ angle de rotation. Soient $m\mathfrak{X}$, $m\mathfrak{Y}$, $m\mathfrak{N}$ les *coordonnées centrales* de réduction des forces données ($\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{N}$ sont des fonctions connues de ξ, η, θ, des dérivées ξ', η', θ' et de t supposées régulières pour $\xi = \xi_0$, $\eta = \eta_0$, ..., $t = t_0$), k le rayon central de giration du solide, N et T les projections de $\vec{R}$ sur $\vec{u}$ et sur la tangente en M à L déduite par continuité de Ox. Des équations différentielles du mouvement jointes aux conditions (1) et (2), on tire différents systèmes de valeurs de ξ'', η'', θ'', N et T en fonction de ξ, η, θ, ξ', η', θ', t. Pour que l'un de ces systèmes définisse un mouvement acceptable, il est nécessaire et suffisant que son intégrale particulière aux conditions initiales satisfasse, en outre, aux conditions (3) à (6). D'après le théorème de Cauchy, il suffit de le vérifier pour $t = t_0$. On prévoit ainsi, sans intégration, la *nature* du mouvement.

On obtient par ce procédé les résultats généraux suivants valables à un instant quelconque t (l'indice zéro étant supprimé partout) pour le solide au contact de l'obstacle et animé de vitesses compatibles avec ce contact, W étant la vitesse de glissement (valeur algébrique comptée sur l'axe intrinsèque Ox) :

Notations.

$$\mathfrak{X}^* = \mathfrak{X} + \xi\theta'^2,$$
$$\mathfrak{Y}^* = \mathfrak{Y} + (\eta - \delta)\theta'^2 + \delta c_f \varpi(2\theta' - c_m \varpi),$$
$$D = \xi\eta\mathfrak{X}^* + (k^2 + \eta^2)\mathfrak{Y}^* - \xi\mathfrak{N},$$
$$E = (k^2 + \xi^2)\mathfrak{X}^* + \xi\eta\mathfrak{Y}^* + \eta\mathfrak{N},$$
$$P = k^2\mathfrak{Y}^* - \xi\mathfrak{N}.$$

Premier cas : $W \neq 0$.

$P < 0$ $\begin{cases} f < \dfrac{k^2 + \xi^2}{\xi\eta} & \text{glissement,} \\ f > \dfrac{k^2 + \xi^2}{|\xi\eta|} \begin{cases} \xi\eta W > 0 & \text{glissement,} \\ \xi\eta W < 0 & \text{choc tangentiel (*),} \end{cases} \end{cases}$

$P > 0$ cessation du contact ([1]).

([1]) Pour $P > 0$, $f > \dfrac{k^2 + \xi^2}{|\xi\eta|}$, $\xi\eta W < 0$, la résolution des équations fournit d'une part la cessation du contact, d'autre part un mouvement avec glissement qui satisfait à toutes les conditions, *à l'exception de* (5). *Admettre cette condition revient en fait à considérer ce dernier mouvement comme irréalisable.*

Deuxième cas : $W = 0$.

$$P < 0 \begin{cases} D > 0 & \text{glissement } (E > 0 : W \text{ croît}; \ E < 0 : W \text{ décroît}); \\ D < 0 & \begin{cases} f < \left|\frac{E}{D}\right| & \text{glissement } (E > 0 : W \text{ croît}; \ E < 0 : W \text{ décroît}), \\ f > \left|\frac{E}{D}\right| & \text{roulement sans glissement.} \end{cases} \end{cases}$$

$$P > 0 \begin{cases} D > 0 & \text{cessation du contact}; \\ D < 0 & \begin{cases} f < \left|\frac{E}{D}\right| & \text{cessation du contact}; \\ f > \left|\frac{E}{D}\right| & \text{cessation du contact ou roulement sans glissement (**).} \end{cases} \end{cases}$$

Le cas (*) ne peut se présenter qu'à l'instant initial du contact. La discussion conduit, en effet, à rejeter tout mouvement continu. Comme d'autre part, pour $P < 0$, $f = \frac{k^2 + \zeta^2}{|\xi\eta|} - \varepsilon$, $\xi\eta W < 0$ (ε : nombre positif très petit), le calcul montre qu'il se produit un véritable choc *tangentiel* dans lequel la vitesse de glissement s'annule en un temps très court, il est légitime d'admettre qu'une augmentation de f ne peut, toutes choses égales d'ailleurs, que favoriser la production de ce choc. L'état final des vitesses vérifiera $\xi\eta W \geqq 0$.

Dans le cas (**), deux éventualités, la cessation du contact et le roulement sans glissement, sont également acceptables. Quand le roulement se limite au repos, il donne lieu au *coincement*.

Les cas (*) *et* (**) *sont les seuls où il y ait indétermination au sens de la Mécanique du solide* ([1]).

Les considérations qui précèdent seront développées et généralisées dans un Mémoire ultérieur.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Lignes de glissement sur un cylindre.* Note ([2]) de M. **Constantin Woronetz.**

La théorie de la résistance des fluides de Helmholtz-Kirchhoff, ainsi que celles d'Oseen et de Witoszynski, supposent qu'un sillage indéfini accom-

---

([1]) Voir Painlevé, *Cours de Mécanique*, 1, p. 655-659 (Paris, Gauthier-Villars, 1930); Beghin et Julia, *Exercices de Mécanique*, 1, II, p. 365-368 (Paris, Gauthier-Villars, 1931).

([2]) Séance du 9 novembre 1931.

pagne le solide et admettent en même temps que le mouvement reste permanent par rapport aux axes liés à ce solide. M. Henri Villat a généralisé la première de ces théories en considérant des sillages au-devant des obstacles. L'interprétation des singularités à l'infini présente certaines difficultés, dont on s'est souvent occupé; rappelons par exemple la controverse entre MM. Nœther et Oseen ([1]). Au Congrès de Mécanique appliquée à Zürich en 1926 M. D. Riabouchinsky a indiqué qu'on peut échapper à ces difficultés en admettant que le courant forme un circuit fermé.

J'examine dans cette Note le cas d'un courant d'épaisseur uniforme infiniment petite circulant autour d'un cylindre. On peut satisfaire à la condition des trajectoires fermées en supposant que le courant contourne deux obstacles, réunis par des lignes de glissement, symétriques par rapport à l'une des génératrices du cylindre. Il est évident qu'on peut généraliser le problème en distribuant symétriquement sur la surface du cylindre n paires d'obstacles, au lieu d'une seule. Les formules de Beltrami ([2]) nous permettent d'étudier directement le mouvement sur la développée plane d'un cylindre; en raison du principe de symétrie de Schwarz, pour résoudre le problème général de n paires d'obstacles, il suffit d'étudier le mouvement autour d'une seule paire. Selon la façon dont nous coupons la surface du cylindre le long de deux génératrices, les sillages nous apparaissent comme domaines intérieurs fermés ou extérieurs ouverts. Pour passer au problème plan il suffit d'effectuer un passage à la limite, en augmentant indéfiniment le rayon du cylindre.

Si l'on suppose que l'angle polaire α, qui caractérise la position mutuelle de deux obstacles, ne change pas pendant ce passage à la limite, tous les obstacles s'éloignent indéfiniment de celui sur lequel nous fixons notre attention. Le problème se réduit alors, en domaine fini, au problème de Kirchhoff pour un seul obstacle, mais nos formules générales nous permettent d'analyser aussi le mouvement autour des obstacles rejetés à l'infini. Le problème ainsi posé, dépendant de la valeur qu'on attribue au nombre n, comporte des solutions multiples. La nature de ces dernières est évidemment différente de celles qui ont été traitées par M. Henri Villat.

Prenons comme obstacles deux segments de droites parallèles aux géné-

---

([1]) *Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik*. Innsbruck, 1922, p. 132.

([2]) E. Beltrami, *Delle variabile complesse sopra una superficie qualunque* (*Annali di Mathematica*, 2e série, 1, 1867, p. 329).

ratrices et, pour établir la dépendance fonctionnelle entre les variables Ω et f, posons

$$(1)\qquad \frac{d\Omega}{dt}=\frac{At}{(a^2-t^2)\sqrt{(b^2-t^2)(c^2-t^2)}},\qquad \frac{df}{dt}=\frac{Bc}{\sqrt{c^2-t^2}},$$

d'où l'on tire z en fonction elliptique de f. En désignant par $F(\theta_1, k)$, $E(\theta_1, k)$, $\Pi(\theta_1, k_1, k)$ les intégrales elliptiques de Legendre, nous obtenons les lignes de glissement sous la forme

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{x-d}{r}=\dfrac{2k'_1\sqrt{k_1^2-k^2}}{nk_1(1+k'_1)}[\Pi(\theta_1, k_1; k)-F(\theta_1, k)], \\[2ex] \dfrac{y-l}{r}=\dfrac{2k'_1}{n(1+k'_1)}\log\dfrac{\sqrt{k_1^2-k^2}+k_1\sqrt{1-k^2\sin^2\theta_1}}{(k_1+\sqrt{k_1^2-k^2})\sqrt{1-k^2\sin^2\theta_1}}, \end{cases}$$

$2d$ étant la distance entre les plans, $2l$ leur largeur et r le rayon du cylindre. Les paramètres k, k_1 et l'inclinaison θ de la vitesse de glissement sont déterminés par les expressions

$$(3)\qquad k^2=\frac{a^2}{b^2}\,\frac{c^2-b^2}{c^2-a^2},\qquad k_1^2=\frac{c^2-b^2}{c^2-a^2},\qquad \cos^2\theta=\frac{c^2-a^2}{c^2-b^2}\,\frac{t^2-b^2}{t^2-a^2},\qquad \theta_1=\frac{\pi}{2}-\theta.$$

Lorsque le rayon r, et par conséquent le paramètre c, augmentent indéfiniment, les formules (2) et (3) se réduisent à

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{x-d}{l}=\dfrac{\operatorname{tang}\theta_1\sqrt{1-k^2\sin^2\theta_1}-E(\theta_1, k)}{K'-E'+k'\log(1+k')-k'\log k}, \\[2ex] \dfrac{y-l}{l}=k'\dfrac{\log(\sqrt{1-k^2\sin^2\theta_1}+k')-\log(1+k')\cos\theta_1}{K'-E'+k'\log(1+k')-k'\log k}, \end{cases}$$

$$(5)\qquad \begin{cases} k=\dfrac{a}{b},\qquad k_1=1,\qquad \cos^2\theta=\dfrac{t^2-b^2}{t^2-a^2}, \\[2ex] d=\dfrac{Bb}{q_1}\left(E-k'\dfrac{\pi}{2}\right),\qquad l=\dfrac{Bb}{q_1}\left(K'-E'+\dfrac{k'}{2}\log\dfrac{1+k'}{1-k'}\right), \end{cases}$$

qui déterminent les lignes de glissement limitant un sillage ouvert sur un plan indéfini [1]. Le paramètre k variant entre 0 et 1, les valeurs correspondantes du rapport $\frac{d}{l}$ varient entre 0 et ∞, et il y aura lieu d'analyser les quatre cas limites suivants :

1° $k=0$, $d=0$. Les deux plans se rapprochent indéfiniment et, comme en raison des formules (5), a et b disparaissent en même temps, on voit

---

[1] Le cas d'un sillage fermé a été étudié par M. D. Riabouchinsky (*Proc. of the London Math. Society*, 2e série, 19, Part 3, 1920, p. 206-215).

que l'angle $\theta = 0$. Après avoir levé l'indétermination des formules (4) nous obtenons les lignes de glissement sous la forme $y = \pm l$. Ce cas limite est particulièrement intéressant, si l'on se souvient que les lignes de glissement doivent être, en général, tangentes aux sommets des obstacles considérés.

2° $k = 1$, $d = \infty$. Les deux plans s'écartent indéfiniment. Les valeurs des paramètres a et b tendent vers l'infini, mais la différence $b - a$ et par conséquent l'angle θ restent déterminés. Nous démontrons que les équations des lignes de glissement coïncident dans ce cas avec celles de Kirchhoff.

3° $k = 0$, $l = \infty$. Les lignes de glissement, transportées à l'infini, restent déterminées sous la forme

$$\frac{x-d}{d} = \frac{1}{\pi}(\operatorname{tang}\theta_1 - \theta_1), \qquad \frac{y-l}{d} = -\log\cos\theta_1.$$

4° $k = 1$, $l = 0$. Les lignes de glissement se confondent avec l'axe des x.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les ondes périodiques à la surface de l'eau.* Note de M. J. **Baurand**, présentée par M. M. Brillouin.

J'ai indiqué (¹) deux méthodes permettant l'étude des ondes superficielles liquides, ondes circulaires et de petite amplitude.

En soulevant une colonne d'eau dans un tube vertical et en la laissant retomber incomplètement, les oscillations du liquide dans le tube produisent des oscillations périodiques de la surface de l'eau d'un bassin. L'une des méthodes d'observation permet la mesure de l'espace parcouru par une onde et le temps de parcours, par suite la vitesse de phase d'un creux ou d'une crête, ainsi que sa longueur d'onde. Pendant la propagation, la longueur d'onde varie légèrement.

D'autre part la théorie de Kelvin sur la propagation des ondes superficielles rectilignes, en tenant compte à la fois de la pesanteur et de la capillarité, conduit à la formule

$$V^2 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{A}{\rho}\frac{2\pi}{\lambda}\right)\operatorname{tang\,h}\frac{2\pi h}{\lambda},$$

V étant la vitesse de propagation, h la profondeur du bassin, A la constante capillaire et ρ la masse spécifique. Les expériences ayant été faites dans un bassin contenant 10^{cm} d'eau et les longueurs d'onde étant toutes

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1822.

inférieures à 10^{cm}, tangh $\frac{2\pi h}{\lambda}$ est égal à l'unité à $\frac{1}{1500}$ près. Les ondes sont étudiées ici dans les premiers centimètres de la propagation, entre 5 et 15^{cm} du centre de production, ou pendant leur mouvement jusqu'à 50^{cm}.

Le tableau suivant donne les résultats expérimentaux. La vitesse a été calculée en prenant A = 73 dynes/cm.

$\lambda_{calc.}$ est le produit VT des vitesses et périodes mesurées.

$\lambda_{mes.}$ cm.	$V_{mes.}$ cm./sec.	$V_{calc.}$ cm./sec.	$T_{mes.}$ 1/100e sec.	$T_{calc.}$ 1/100e sec.	$\lambda = VT$ cm.	D cm.
0,85	25,4	25,1	3,4	3,4	0,87	13
1,05	24,3	24,5	4,2	4,3	1,03	13
1,5	23,6	23,2	6,4	6,5	1,51	—
2,05	24	23,3	8	8,8	1,92	—
2,35	24,2	23,7	9,6	9,9	2,33	10
3	24,5	25	12,2	12	3	13
3,25	25,5	25,4	12,5	12,8	3,12	—
3,65	26,9	26,4	13,7	13,8	3,7	9,5
3,95	27,2	27,2	14,5	14,5	3,94	12
4,4	29,4	28,2	15,5	15,6	4,6	7,7
5	30,4	29,6	16,6	16,9	5	7,7
5,35	31,8	30,4	17,3	17,6	5,5	7,7
5,9	32,6	31,6	18,2	18,7	5,93	9
6,5	34	32,9	19,5	19,7	6,6	11

D est la distance du point où les mesures ont été faites, au centre de production des ondes.

1° En première approximation, les vitesses mesurées sont égales aux vitesses calculées. Mais la différence des deux valeurs de la vitesse est supérieure, au moins pour les grandes longueurs d'onde, à l'erreur commise sur la mesure qui est d'environ 2 pour 100;

2° La vitesse calculée est, en général, inférieure à la vitesse mesurée. La différence observée aurait pu être mise au compte de la tension superficielle : l'eau n'est pas parfaitement propre, A est diminué; la vitesse mesurée qui vérifierait la formule de Kelvin devrait être inférieure à la vitesse calculée avec A = 73 dynes/cm. Elle lui est au contraire supérieure;

3° Les enregistrements des déplacements des plans tangents horizontaux, ou ceux du mouvement d'un point en fonction du temps, permettent la mesure de la période des oscillations de la surface de l'eau. La théorie de

Kelvin donne pour la période :

$$\frac{1}{T^2} = \frac{2\pi}{\lambda^3}\left(\frac{A}{\rho} + \frac{g\lambda^2}{4\pi^2}\right)\operatorname{tangh}\frac{2\pi h}{\lambda}.$$

Les périodes mesurées sont à très peu près égales aux périodes calculées.

Les formules de Kelvin sont donc applicables en première approximation aux ondes circulaires produites comme il est dit plus haut, même à quelques longueurs d'onde de leur centre de production. Les petites différences entre les vitesses mesurées et calculées peuvent être attribuées soit au fait que les ondes produites ne sont pas rigoureusement sinusoïdales et qu'on peut les considérer comme résultant de la superposition de certains harmoniques à un fondamental, soit à de petites perturbations dues au mode de production des ondes.

AÉROTECHNIQUE. — *Suspension aérodynamique du véhicule aérien.* Note (¹) de M. **Louis Breguet**, présentée par M. E. Jouguet.

Il y a un intérêt évident, pour accroître tant la sécurité et la facilité du pilotage des avions que le confort et l'agrément des voyages aériens, à réduire ou à supprimer les perturbations de toute nature du mouvement de l'avion qu'occasionnent la houle et les remous, momentanés ou prolongés, d'une atmosphère agitée, c'est-à-dire à réaliser la « suspension » du véhicule aérien.

On peut concevoir, comme j'en ai déjà exposé ailleurs le détail théorique (²), un procédé permettant de rendre la trajectoire d'un avion rectiligne et son inclinaison invariable dans l'espace malgré une agitation modérée, mais de forme à peu près quelconque, de l'atmosphère. Les conditions à réaliser, pour le régime de vol considéré, sont :

a. Invariabilité des efforts sustentateurs qui s'exercent sur la partie droite et sur la partie gauche de la voilure;

b. Invariabilité du coefficient aérodynamique, au sens usuel, de l'action normale (ou portance, positive ou négative) qui s'exerce sur l'empennage:

(¹) Séance du 16 novembre 1931.

(²) Louis Breguet, *Oscillations du véhicule aérien. Suspension aérodynamique* [*Comptes rendus du IIIᵉ Congrès international de Mécanique appliquée* (Stockholm, 3, 1930), p. 267].

c. Centrage de l'avion tel que la variation du moment, par rapport au centre de gravité, de toutes les actions aérodynamiques instantanées reste identiquement nulle.

Je voudrais indiquer un moyen nouveau de satisfaire aux conditions *a* et *b* qui peuvent toujours se réaliser par l'emploi d'un dispositif d'inertie aussi faible que possible et modifiant, à chaque instant, l'incidence efficace de la voilure et de l'empennage suivant une fonction convenable de la vitesse et de l'orientation instantanées du courant d'air variable qui agit sur ces surfaces. La disposition la plus simple conduit à utiliser sous la forme suivante un seul organe sensible à la fois aux pulsations longitudinale et verticale du vent, auxquelles se réduit pratiquement l'agitation locale de l'atmosphère.

La surface considérée, aile ou empennage, est munie à son bord de fuite d'un volet de courbure lié par une transmission comportant une action antagoniste, élastique ou non suivant les cas, à une petite surface, sorte d'aile en réduction, placée assez en avant de la surface principale, d'incidence comparable à celle de cette surface et mobile parallèlement à elle-même.

Suivant la dénomination de « plan-antenne » donnée à ce plan auxiliaire, celui-ci a pour fonction de déceler et utiliser l'agitation de l'atmosphère pour modifier la courbure de l'aile ou de l'empennage, c'est-à-dire son incidence efficace, en faisant varier convenablement à chaque instant le braquage du volet de courbure correspondant.

On vérifie que, pour l'empennage, le système se simplifie par la suppression possible de toute action antagoniste dans la transmission entre plan-antenne et volet mobile.

Pour régler le système pour un régime de vol choisi, il suffit que le pilote modifie convenablement soit l'incidence efficace du plan-antenne, soit la bande ou l'élasticité de l'action antagoniste.

L'emploi des volets précités comme volets de « suspension aérodynamique » peut se combiner de différentes manières avec leur emploi comme volets usuels de gouverne latérale et de profondeur, les plans-antennes correspondants pouvant alors être utilisés comme servo-moteurs de gouverne.

Toutes ces dispositions sont, ainsi que le montre une étude détaillée, réalisables par des moyens relativement simples.

Le dispositif préconisé ne doit pas être confondu avec le système des ailes dites « à fente », pourvues d'un aileron conjugué avec un volet placé près du bord d'attaque et mobile de façon automatique ou non. Les deux systèmes

diffèrent, en effet, à la fois par leurs dispositions caractéristiques, par leur fonctionnement et par leurs résultats.

Enfin, il est à noter que, tout en assurant la « suspension aérodynamique de l'avion » au sens défini plus haut, le dispositif en cause assure en même temps sa « stabilisation automatique », à la fois latéralement et en profondeur, à l'égard des perturbations accidentelles de l'atmosphère, sous réserve toutefois d'une perturbation résiduelle de la vitesse de translation dans l'atmosphère agitée, perturbation que l'on reconnaît au surplus être très petite et sans inconvénient pratique. Par ces caractères ce système de stabilisation automatique se distingue ainsi de la plupart des systèmes déjà connus et qui, en atmosphère agitée, peuvent au plus limiter chacune des diverses perturbations du mouvement de l'avion sans éteindre rigoureusement et à la fois plusieurs d'entre elles.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — Omicron Herculis, *Étoile variable d'amplitude très faible*. Note (1) de MM. **J. Dufay** et **R. Gindre**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Les variations de l'étoile o *Herculis* (2), reconnues par F. Schwab en 1877 (3), ont donné lieu depuis cette époque à de nombreuses estimations d'éclat faites par la méthode des degrés. Ces observations ont abouti à des résultats tout à fait discordants. On a annoncé successivement les périodes $6^j,5$ (3), $6^j,27$ (4), $6^j,25894$ (5), $11^j,985$ (6), $10^j,327$ (7) et 7^j (8). La courbe de lumière tracée est parfois sinusoïdale, plus souvent du type β Lyrae; l'amplitude trouvée varie de 0,2 à 0,5 magnitude.

Cependant 18 observations, faites par M. F. Becker avec un photomètre à cellule photo-électrique, n'ont montré aucune variation nette (9).

---

(1) Séance du 16 novembre 1931.

(2) Magnitude visuelle 4,83, spectre A_0 (*Harvard Revised Photometry*).

(3) F. Schwab, *Astronomische Nachrichten*, **94**, 1878, n° **2248**, col. 249.

(4) H. E. Lau, *Astronomische Nachrichten*, **190**, 1911, n° **4544**, col. 139.

(5) M. Maggini, *Astronomische Nachrichten*, **200**, 1915, n° **4778**, col. 25.

(6) E. Breson, *Astronomical Journal*, **29**, 1915, p. 97.

(7) J. Ellsworth, *Bulletin de la Société astronomique de France*, **33**, 1919, p. 13.

(8) B. Kukarkin, *Bulletin of the Observing Corporation of the Amateurs Astronomers of Moscow*, n° **7**, 1926, p. 49.

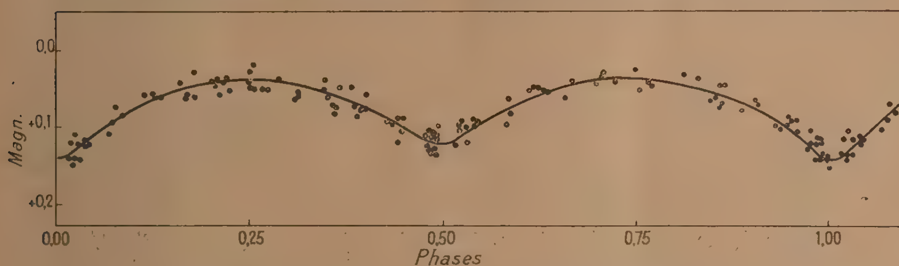
(9) E. Becker, *Beobachtungs-Zirkular der Astronomischen Nachrichten*, **4**, 1922, p. 42. M. F. Becker nous a communiqué le détail inédit de ses observations.

2, Nous avons repris l'étude de cette étoile avec notre photomètre visuel à plages, qui permet d'atteindre une précision voisine du centième de grandeur. L'appareil utilisé et la méthode suivie ont été décrites dans des Notes précédentes [1]. Les observations sont faites à travers un filtre vert (Wratten n° 59). 136 comparaisons photométriques ont été effectuées en 1929, 1930 et 1931 entre o *Herculis* et l'étoile voisine ξ *Herculis* [2].

Nous avons constaté que la différence des magnitudes de o et de ξ ($m_o - m_\xi$) variait entre les limites $+0,03$ et $+0,13$ et devenait maximum tous les 11 jours. En supposant constant l'éclat de l'étoile de comparaison, les variations de o *Herculis* sont bien représentées par une courbe du type β Lyræ, de période très voisine de 22 jours. Les époques des minima les mieux observés nous ont donné la période $22^j,02$, mais nos observations suggèrent une légère augmentation de la période de 1929 à 1931 et, pour les réduire, nous avons adopté provisoirement l'éphéméride suivante :

$$\text{Min princ.} = \text{JJ T. M. A. G. } 2425783,85 + 21^j,90\,E + 0^j,0025\,E^2 \ (^3).$$

La figure ci-dessous représente la courbe de lumière tracée parmi les



Courbe de lumière et observations individuelles.
En ordonnées, différences de magnitude entre les étoiles o et ξ Herculis.

observations individuelles. L'écart moyen de celles-ci par rapport à la courbe est 0,013 magnitude. La profondeur du minimum principal est 0,10 magnitude, celle du minimum secondaire 0,08 magnitude. Le minimum

(1) J. DUFAY, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 166 ; J. DUFAY et R. GINDRE, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 84.

(2) Magnitude visuelle 4,82, spectre K_0 (*Harvard Revised Photometry*).

(3) Si la variation de période se trouve confirmée, il y aura sans doute lieu de substituer dans l'avenir un terme sinusoïdal au terme E^2.

secondaire paraît se produire un peu moins d'une demi-période après le minimum principal (phase 0,49) (¹).

La petitesse de l'amplitude permet de comprendre la discordance des résultats obtenus par la méthode des degrés. Nous avons vérifié du reste que la période de 22 jours rendait mieux compte de la plupart des anciennes observations que les périodes proposées par leurs auteurs. Enfin le résultat négatif des mesures précises de F. Becker peut s'expliquer par le fait que ces mesures ne couvrent pas entièrement la période et sont groupées de manière telle que les deux minima ont pu leur échapper.

3. La forme de la courbe de lumière correspond à une étoile double à éclipses. Les déterminations de la vitesse radiale sont peu nombreuses, mais si discordantes qu'elles permettent de supposer la vitesse variable (²). Il n'est pas encore possible de préciser les éléments du système. La méthode de Russell conduit à une indétermination lorsque l'amplitude est très petite. En tout cas les deux étoiles auraient des brillances peu différentes (rapport 1,2 environ) et comme on ne voit qu'un spectre, l'une des deux serait notablement plus petite que l'autre. Si l'on admet entre les deux composantes une différence de 2 magnitudes, on trouve pour le rapport des rayons 0,36 ou 0,44, suivant qu'on attribue la plus grande brillance à la petite étoile ou à la grande.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Étude photométrique et actinométrique de la Lune pendant l'éclipse du 26 septembre* 1931. Note de MM. **F. Link** et **J. Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le 26 septembre 1931 nous avons étudié l'éclipse de Lune à l'Observatoire du Pic du Midi (2860ᵐ). La transparence était grande, la température était d'environ 0° et la tension de vapeur d'eau de l'ordre de 1ᵐᵐ de mercure. Link s'est proposé d'étudier, dans le spectre visible, la variation de la brillance d'une région de la Lune en fonction de la distance au centre de l'ombre. Devaux s'est proposé d'étudier la variation de la brillance énergé-

---

(¹) Ce fait, *qui ne provient pas de l'incertitude de la période*, indiquerait une orbite légèrement elliptique.

(²) Le catalogue de Voûte donne, d'après l'Observatoire de Vienne, 44,6 km/sec (*Annalen v. d. Bosscha-Sternwacht, Lembang, Java*, 3, 1928, p. A.124). Le catalogue de Lick donne 27 km/sec. Les quatre clichés de Lick montrent des écarts de l'ordre de 10 km/sec (*Lick Observatory Publications*, 16, 1928, p. 264).

tique primaire (émission) de la même région en fonction de l'éclairement énergétique solaire et du temps.

Appareils. — Nous avons utilisé l'équatorial double du Pic du Midi comportant un objectif de 6^{m} de distance focale et de 25^{cm} de diamètre; et un miroir de même distance focale et de 50^{cm} de diamètre.

1. Link a utilisé un photomètre à plage. L'œilleton de 3^{mm} de diamètre se trouvait au foyer de l'objectif; on pouvait ainsi comparer la brillance moyenne dans un cône d'angle au sommet de 1',7 à une brillance constante (lampe étalon), grâce à un cône photométrique. On a opéré sous filtre bleu et rouge (0$^{\mu}$,46 et 0$^{\mu}$,62 environ).

Devaux a utilisé un couple thermo-électrique. Un diaphragme de 7^{mm} de diamètre, au foyer du télescope, délimitait un cône d'angle au sommet de 4'. Un petit miroir concave, de grande ouverture relative, concentrait le rayonnement traversant le diaphragme sur l'une des soudures du couple; ce dernier était relié, par fils sous plomb, à un galvanomètre sensible, placé dans une cave proche de la coupole. De la cave on commandait électriquement un volet noirci et un filtre de verre que des électro-aimants interposaient sur le faisceau éclairant le couple (ce faisceau ne traversait aucun autre filtre). Enfin Devaux, qui effectuait les mesures dans la cave, était en relation téléphonique avec Taule, qui suivait le mouvement de l'équatorial.

Résultats. — Nous n'avons étudié que la seconde moitié de l'éclipse, lorsque la hauteur de la Lune était assez grande. La variation de l'absorption atmosphérique était assez faible. Link a fait une correction (au maximum 0,06 et 0,03, respectivement pour le bleu et le rouge sur les densités). Devaux n'a effectué aucune correction, étant donnée la complexité du problème; mais il mesurait alternativement le rayonnement venant de la Lune et celui du ciel (atmosphère) en son voisinage, pour en déduire par différence le rayonnement énergétique total de la région étudiée, ayant traversé l'atmosphère terrestre. D'autre part les mesures faites sous filtre de verre donnaient approximativement le rayonnement énergétique secondaire de la Lune (radiations solaires diffusées) : on en déduit, par différence son rayonnement énergétique primaire parvenu à l'Observatoire.

Nous avons étudié le voisinage immédiat d'Apollonius, au sud de la mer des Crises.

Le tableau suivant indique les résultats sous forme de densités optiques : les nombres fournis sont les logarithmes vulgaires changés de signe du

rapport de la brillance pendant l'éclipse, à la brillance constante après l'éclipse.

Distance au centre de l'ombre.	Heure (T. M. G.).	Densités optiques. Mesures visuelles 0µ,46.	0µ,62.	Rayonnement énergétique primaire.
30		3,83	3,61	–
35		3,42	3,19	–
42	21h46m	1,55	1,35	1,3
45	21.53	0,87	0,81	0,8
50	22.05	0,38	0,38	0,46
55	22.16	0,22	0,22	0,28
60	22.27	0,13	0,13	0,14
70	22.50	0,00	0,00	0,0

Conclusions. — 1. Les mesures photométriques dans l'ombre montre que le phénomène est sélectif : la densité pour le bleu est plus forte que pour le rouge. On sait, en effet, que l'éclairement de la Lune dans l'ombre est due à l'atmosphère terrestre. Par contre, dans la pénombre, cette différence diminue très vite et devient pratiquement nulle à partir de 47′ du centre.

2. La précision des mesures actinométriques a été diminuée par des perturbations. Avec la précision obtenue le rayonnement primaire de la Lune dans l'ombre n'était pas décelable. Dans la pénombre on peut admettre, en première approximation, que la composition du flux solaire est constant. Dans ces conditions, si l'inertie calorifique de la surface lunaire était nulle (équilibre instantané de radiation), sa radiation énergétique primaire serait à chaque instant proportionnelle à l'éclairement énergétique, et l'on peut admettre que sa brillance énergétique primaire lui serait également proportionnelle. Les densités pour le flux énergétique primaire seraient alors les mêmes que celles qui concernent les mesures photométriques. En fait, les nombres trouvés sont un peu plus forts pendant la durée de la pénombre, ce qui semble montrer une faible inertie. Toutefois, étant donnée la difficulté d'effectuer des corrections concernant l'absorption atmosphérique, Devaux considère que ses mesures ne permettent pas de mettre sûrement en évidence l'inertie calorifique de la surface lunaire; mais cette inertie est certainement très faible pour la région étudiée.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Vernis neutralisants, propriétés d'orientation de leurs molécules superficielles, polissage moléculaire.* Note de MM. **Paul Woog, Jean Givaudon** et Mlle **Émilie Ganster**, présentée par M. Brillouin.

L'un de nous a fait connaître [1] la possibilité de s'opposer efficacement à la dispersion des lubrifiants sur les surfaces solides, en neutralisant par un processus des plus simples les champs de forces superficiels, cause de l'étalement des huiles, au moyen d'un épilamen formé de molécules polaires régulièrement orientées. L'application, devenue nécessaire, de ce principe aux pièces qui doivent être vernies, s'est heurtée à certaines difficultés. Celles-ci sont aujourd'hui levées par la réalisation de vernis, que nous avons étudiés, fournissant un revêtement protecteur convenable et dont la surface se recouvre spontanément d'un épilamen sur lequel les gouttes d'huile ne s'étalent plus, retenues par la cohésion dominante de leurs molécules. Nos études nous ont montré d'évidentes manifestations de l'orientation moléculaire.

En principe l'adjonction à un vernis quelconque d'une certaine proportion de corps formés de molécules actives (alcool éthalique, acides de la série grasse, etc.) semblait pouvoir suffire, les molécules devant théoriquement venir tapisser les surfaces de discontinuité, en s'orientant. Le problème est, en réalité, beaucoup plus délicat. La plupart des pellicules abandonnées par les vernis sont formées d'un enchevêtrement anisotrope de particules qui entraînent une extension rapide des huiles déposées à leur surface. Nombre d'entre elles montrent au contact des huiles des phénomènes inacceptables d'absorption ou de dissolution. Enfin, les vernis dont la composition permet aux huiles de séjourner sans dommage sur la couche résultant de leur évaporation donnent tous lieu au phénomène suivant :

Lorsqu'on applique les vernis, les solvants qu'ils renferment s'évaporent et abandonnent les éléments constitutifs de la pellicule proprement dite, ainsi que les molécules actives. Il se forme donc peu à peu une couche pâteuse qui va progressivement durcir par le départ total du solvant. Or les molécules actives qui, pour être efficaces, devraient s'orienter à la surface de la pellicule, ne peuvent le faire librement, car elles sont, en quelque

(1) Paul Woog, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 772; **186**, 1928, p. 71; **189**, 1929, p. 977.

sorte, enlisées dans la pellicule de vernis en formation qui, en se solidifiant, les fixe dans une position quelconque. L'épilamen régulier, indispensable à la neutralisation superficielle, ne peut donc être réalisé par les techniques ordinaires du vernissage et celles-ci conduisent toujours à des échecs.

Une formation très ralentie de la pellicule obtenue en retardant l'évaporation des solvants ne saurait être utilisable, mais on peut tourner la difficulté autrement.

On vernit une surface par l'évaporation naturelle d'une solution composée de :

Gomme Dammar	3^g
Trichloréthylène	50^{cm^3}
Toluène	50^{cm^3}
Acide stéarique	$0^g,5$

La pellicule obtenue se laisse, au bout d'un certain temps, dissoudre par l'huile, mais elle permet l'observation suivante : Si l'on dépose une goutte d'huile sur une telle surface, on voit que celle-ci s'étend et que le vernis ne possède aucune propriété de rétention. Mais, si auparavant, on frotte la partie vernissée avec la paume de la main, ou avec une peau de chamois, cette surface, sur laquelle n'apparaît aucun changement visible, acquiert aussitôt la propriété de s'opposer à l'étalement de l'huile. La friction n'a pas besoin d'être énergique, ni d'être prolongée : elle suffit cependant à aider au déplacement des molécules superficielles ; elle leur donne la possibilité de s'orienter selon leur nature pour former, en stabilisant leur équilibre, l'épilamen neutralisant régulier sur lequel les champs de forces sont minima. On effectue ainsi un véritable *polissage moléculaire* tout à fait analogue au réajustement du treillis moléculaire superficiel constaté par Beilby (1) dans ses recherches sur le polissage des solides.

Une autre voie nous a permis d'obtenir la formation de l'épilamen d'une manière automatique. Nous avons pour cela réalisé des vernis dont la pellicule (élémi, laque, etc.) est capable, après sa formation et l'évaporation totale des solvants, de perdre sa dureté sous l'effet d'une chaleur modérée (100°). Grâce au ramollissement de la pellicule, les molécules actives bloquées dans une position quelconque, reprennent une certaine liberté de mouvement : les forces latentes d'orientation peuvent se manifester et entraînent les alignements corrects des molécules. Puis, quand le refroi-

(1) G.-T. Beilby, *Proc. Roy. Soc. S. A*, 72, 1903, p. 218; 89, 1914, p. 593; *Aggregation and Flow of Solids* (Londres, 1921).

dissement s'effectue, les molécules orientées se trouvent définitivement fixées en bonne position, soudées par leur base sur la pellicule de vernis désormais rigide.

Les gouttes d'huile restent parfaitement immobiles, sur des surfaces recouvertes de tels vernis ainsi traités, même si l'on maintient les pièces lubrifiées à une température de 50°.

PHOTOCHIMIE. — *Sur le mécanisme de la photolyse des iodures d'alcoyle.* Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons reconnu que la photolyse des iodures d'alcoyle n'obéit pas à la loi dite de l'*équivalence*, puisque, pour une même quantité de lumière absorbée, les taux de décomposition dépendent à la fois de la nature de l'iodure, de sa température et de son état ([1]).

Pour les iodures liquides, à la température de 20°, les rendements quantiques ont pour valeurs approximatives : 0,97 pour l'iodure d'éthyle, 0,55 pour l'iodure de butyle, 0,15 pour l'iodure d'isobutyle, 1,11 pour l'iodure d'isopropyle. Ces nombres ne concernent que les décompositions proprement dites. Des réactions d'isomérisation sont possibles ; c'est ainsi que nous avons observé la transformation partielle de l'iodure d'isobutyle en iodure de butyle tertiaire.

Pour les iodures de méthyle et d'éthyle gazeux, les rendements quantiques sont, sinon nuls, du moins inférieurs à 0,02.

C'est un résultat remarquable que, dans le cas des iodures, le rendement quantique puisse, suivant les circonstances, prendre des valeurs très inférieures à l'unité ou la dépassant notablement ([2]). Admettant que l'absorption soit un phénomène moléculaire, un seul photon intéressant une seule molécule, nous devons supposer que les molécules touchées par la lumière ne seraient ni toutes ni les seules décomposées.

Pour justifier l'augmentation du rendement quantique, on peut retenir le fait que les réactions globales de photolyse des iodures ne sont qu'à peine endothermiques. L'énergie fournie par la lumière doit se trouver presque entièrement restituée, sous une forme ou sous une autre ; ainsi des molécules peuvent recevoir de l'énergie qui ne leur est pas apportée directement

---

([1]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 741 et 866 ; 192, 1931, p. 799.

([2]) C'est ainsi qu'il devient supérieur à 2 pour l'iodure d'éthyle liquide au delà de 50°.

par la lumière, et un seul photon entraîner la décomposition d'un nombre indéterminé de molécules.

Pour justifier la diminution du rendement quantique, il nous faut faire une hypothèse sur la nature de l'action primaire due à la lumière. On hésite actuellement entre deux théories; lorsqu'une molécule reçoit un très grand apport d'énergie, elle pourrait être soit dissociée directement en atomes (ou groupements d'atomes), soit activée, c'est-à-dire portée dans un état qui la rende apte à réagir sur une autre molécule. Avec l'hypothèse de la dissociation, l'existence de réactions inverses ou antagonistes de la réaction primaire expliquerait la diminution du rendement quantique; avec l'hypothèse de l'activation, ce serait la désactivation de la molécule activée avant l'intervention d'une autre molécule. Entre les deux théories il nous paraît ici difficile de faire un choix, mais nous avons reconnu qu'elles permettent toutes deux de coordonner l'ensemble de nos résultats.

Nous pouvons noter tout d'abord que les facteurs qui agissent grandement lors de la photolyse des iodures sont par contre sans action dans le cas du gaz iodhydrique, pour lequel le rendement quantique paraît être indépendant de la température et demeure égal à 2, aussi bien à l'état liquide qu'à l'état gazeux (1). Or ces résultats ont été jugés favorables à l'hypothèse de la dissociation primaire des molécules iodhydriques touchées par la lumière. Inversement, il nous faudrait donc supposer qu'au contraire la photolyse des iodures d'alcoyle consiste en la réaction d'une molécule activée par la lumière sur une molécule ordinaire. La désactivation pourrait entraîner la régénération de la molécule initiale ou d'une molécule isomère, de telle sorte que l'isomérisation photochimique des iodures s'interpréterait par une transposition intramoléculaire, conformément à l'hypothèse déjà formulée par Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur pour les bromures d'isobutyle et de propyle (2).

Il importe cependant d'observer qu'on a fait valoir, en faveur de la dissociation photochimique primaire des molécules du gaz iodhydrique, deux arguments qui conduiraient pour les iodures d'alcoyle à cette même interprétation. C'est d'abord l'absence de fluorescence, nos investigations ayant abouti à des résultats négatifs, tout comme celles de Bonhoeffer et Farkas ; c'est aussi la considération des spectres d'absorption, continus

(1) Max Bodenstein et Fritz Lieneweg, *Ztschr. Physik. Chem.*, 119, 1926, p. 123.
(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 39.

dans les deux cas (¹). Malgré la fragilité de ces arguments, il y a lieu de ne pas négliger la théorie de la dissociation.

Il nous faut écarter l'hypothèse d'une dissociation primaire en radical alcoyle et atome d'iode, incompatible avec les résultats de notre étude chimique ; le départ nécessaire d'un atome d'hydrogène est encore confirmé par notre observation nouvelle qu'en solution alcoolique l'iodure d'éthyle est décomposé par la lumière en éthylène et acide iodhydrique. La dissociation produirait donc une molécule ou un reste éthylénique, mais les atomes d'iode et d'hydrogène pourraient être soit séparés soit combinés en une molécule iodhydrique, ordinaire ou activée. Nous avons ainsi été conduit à étudier l'action du gaz iodhydrique sur les carbures éthyléniques et sur les iodures, en présence ou en l'absence de lumière.

Marcelin Berthelot a signalé la fixation rapide des carbures éthyléniques par les solutions aqueuses concentrées d'acide iodhydrique, la réaction de l'éthylène exigeant seule un chauffage prolongé en tube scellé (²). Opérant sur les produits gazeux, nous avons observé la combinaison immédiate et directe du gaz iodhydrique et du propylène, productrice d'iodure d'isopropyle. Avec l'éthylène aucune réaction ne se produit à la lumière diffuse du laboratoire, mais, si le mélange gazeux est soumis à l'action du rayonnement d'une lampe à vapeur de mercure, il y a production d'hydrogène et d'aiguilles blanches d'iodure d'éthylène. Nous avons constaté de plus que le gaz iodhydrique réagit, à froid et en l'absence de lumière, sur ces cristaux et les transforme en iodure d'éthyle et iode ; rien ne se produit, dans les mêmes conditions, avec l'iodure de méthylène.

Le gaz iodhydrique ne réagit pas à froid et en l'absence de lumière sur les iodures d'alcoyle. Nous avons, par contre, reconnu la production d'éthane et l'absence d'éthylène par éclairement d'un peu d'iodure d'éthyle liquide en présence de gaz iodhydrique.

Nous basant sur les résultats de cette étude, nous avons pu établir que la théorie de la dissociation, tout comme celle de l'activation, permet de rendre compte des modalités de la photolyse des iodures d'alcoyle.

(¹) Voir, en particulier, Bonhoeffer et Farkas, Bonhoeffer et Steiner, *Ztschr. physik. Chem.*, **122**, 1926, p. 287 ; **132**, 1928, p. 235.

(²) *Ann. Chim. Phys.*, 3ᵉ série, **51**, 1857, p. 81 ; **61**, 1861, p. 456.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'étude calorimétrique de l'absorption des rayons γ du radium.* Note [1] de MM. **D. K. Yovanovitch** et **P. Savitch**, présentée par M. J. Perrin.

Nous avons précédemment effectué [2] des mesures d'absorption des rayons α et β à l'aide d'un microcalorimètre, remplaçant ainsi la méthode d'ionisation couramment employée par une méthode dans laquelle on mesure l'énergie abandonnée sous forme de chaleur dans la substance absorbante. Nous étendons aujourd'hui cette méthode aux rayons γ à l'aide d'un microcalorimètre plus précis.

L'appareil consiste [3] en un bloc de fer dans lequel on a pratiqué des évidements capables de recevoir deux vases de Dewar qui servent d'enceintes isothermiques. Les couples thermo-électriques cuivre-constantan sont disposés de telle sorte que les courants électriques provenant de l'échauffement de chacun des deux vases sont en opposition. Les soudures extérieures sont maintenues à la température du bloc de fer.

La source est constituée par une ampoule de $20^{\text{mg}},43$ de radium-élément employée couramment en thérapie. Le rayonnement est filtré par 1^{mm} de platine. En disposant des gaines absorbantes de différentes épaisseurs autour de cette ampoule, plongée dans l'un des vases Dewar, on constate une élévation de température à l'intérieur de ce vase, élévation que l'on compense en chauffant électriquement l'autre vase, de telle sorte que le galvanomètre monté en série avec les deux groupes de couples reste au zéro.

Les résultats des mesures apparaissent dans les tableaux et les graphiques suivants, relatifs à l'augmentation de la quantité de chaleur observée pour différentes épaisseurs des enveloppes absorbantes (évaluées en masses superficielles) et pour différents métaux :

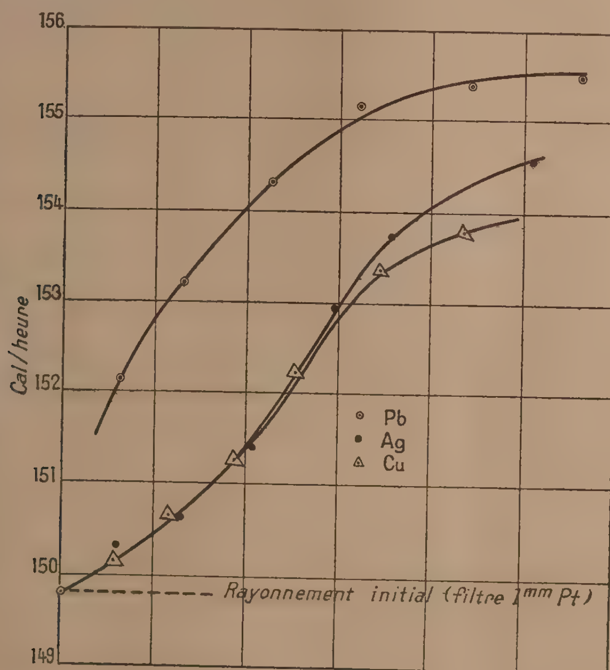
---

(1) Séance du 26 octobre 1931.

(2) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1459, et **183**, 1926, p. 1037.

(3) *Journal de Physique et le Radium*, **9**, octobre 1928, n° **10**, p. 297.

Absorption dans le plomb.		Absorption dans l'argent.		Absorption dans le cuivre.	
m/s en gr/cm².	Q calories.	m/s en gr/cm².	Q calories.	m/s en gr/cm².	Q calories.
0	149,8	0	149,8	0	149,8
0,623	152,26	0,591	150,30	0,502	150,14
1,263	153,28	1,288	150,63	1,116	150,62
2,251	154,80	2,116	151,45	1,846	151,27
3,201	155,20	2,974	152,91	2,496	152,25
4,432	155,37	3,551	153,73	3,427	153,40
5,632	155,38	5,067	154,55	4,357	153,73



La courbe relative au plomb se rapproche sensiblement du type

$$q = q_0\left(1 - e^{-\frac{\mu}{\rho}\frac{m}{s}}\right).$$

Les courbes relatives à Ag et Cu présentent un changement de courbure

correspondant à une absorption plus complexe. Ce fait semble être dû à ce que, dans ces métaux plus légers, la totalité des électrons produits par effet photo-électrique n'est pas absorbée au sein même de l'écran. Une partie est rayonnée à l'extérieur et n'intervient pas dans le dégagement de chaleur. Signalons que sur les 155,38 calories mesurées avec la plus grande épaisseur de plomb, 129 sont dues au rayonnement α, 13,4 au rayonnement β, et 12,98 au rayonnement γ qui, rappelons-le, n'est pas entièrement absorbé.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les anomalies observées dans l'emploi du benzène et du nitrobenzène en cryoscopie.* Note [1] de Mlle **M.-Th. François**, présentée par M. A. Cotton.

En vue de trouver des vérifications nouvelles à sa loi cryoscopique, Raoult [2] multiplia les expériences et releva des exceptions en particulier pour les solutions des composés organiques oxydrylés dans certains hydrocarbures simples ou substitués.

Après lui, de nombreux auteurs, parmi lesquels il faut citer Beckmann [3], Paternò [4] et plus récemment M. R. Lespieau [5], ont signalé l'existence de résultats anormaux.

Disposant d'une série d'acides gras purifiés avec le plus grand soin et qui possédaient les caractères physiques et chimiques de produits purs, nous avons pu étudier systématiquement les anomalies présentées par le benzène et le nitrobenzène.

D'après la loi de Raoult la masse moléculaire d'un corps dissous est égale au produit d'une constante K, relative au solvant utilisé, par la *valeur limite* que prend le rapport de la concentration de la solution à l'abaissement de son point de congélation, *quand la concentration devient infiniment petite*.

---

(1) Séance du 9 novembre 1931.

(2) Raoult, *Cryoscopie*, Collection *Scientia*, 1901; d'après des résultats publiés depuis 1878.

(3) Beckmann, *Zeits. für Phys. Chem.*, 2, 1888, p. 638 et 715; 4, 1889, p. 523; 7, 1891, p. 323; 8, 1891, p. 223.

(4) Paternò et Nasini, *Rend. C. Ac. d. Lincei*, 4, 1888, p. 782-785.

(5) R. Lespieau, *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 31.

Si P désigne la concentration et C l'abaissement du point de congélation

$$M = K \frac{dP}{dC},$$

on en tire

$$K = M \frac{dC}{dP} \quad \text{avec} \quad P \to 0.$$

Pratiquement, la limite du rapport $\frac{dC}{dP}$ est la valeur du coefficient angulaire de la tangente à l'origine de la courbe représentative des variations de l'abaissement du point de congélation en fonction de la concentration. On peut lui donner la forme

$$C = \alpha P + \beta P^2 + \gamma P^3 + \ldots \quad (^1)$$

en dérivant par rapport à P, il vient

$$\frac{dC}{dP} = \alpha + 2\beta P + 3\gamma P^2.$$

Quand $P \to 0$, $\frac{dC}{dP}$ tend vers α et on peut écrire

$$K = M\alpha.$$

Si l'on donne à P les valeurs P_1, P_2, P_3, C prend les valeurs correspondantes C_1, C_2, C_3 ; il suffit donc, les six termes étant déterminés expérimentalement, de résoudre partiellement un système de trois équations à trois inconnues pour connaître α.

En particulier, lorsque P_1, P_2, P_3 sont entre eux comme 1, 2 et 3, il vient

$$\alpha = 9(C_1 - 4{,}5C_2 + C_3) : 3P_1.$$

---

(1) Raoult a exprimé la relation qui lie C à P par la formule $\frac{C}{P} = A + aC$, a étant un coefficient supposé très petit. Pour des valeurs de P suffisamment petites on peut développer en série et écrire :

$$C = A(P + aP^2 + bP^3 + \ldots).$$

L'expérience montre qu'il suffit de limiter le développement de la fonction C à trois termes.

Les valeurs caractéristiques du benzène et du nitrobenzène ont été calculées en utilisant successivement les principaux termes de la série des acides gras, tous produits de masse moléculaire connue. Les résultats trouvés sont consignés dans le tableau suivant :

Noms des acides (¹).		Valeur de K du benzène.	Valeur de K du nitrobenzène.
Acide acétique...........	$C^2H^4O^2$	29,7	46,5
» propanoïque.......	$C^3H^6O^2$	30,3	46,5
» butyrique.........	$C^4H^8O^2$	30,5	46,7
» valérique *n*........	$C^5H^{10}O^2$	31,0	47,0
» caproïque..........	$C^6H^{12}O^2$	31,8	48,5
» heptanoïque........	$C^7H^{14}O^2$	32,1	48,6
» caprylique.........	$C^8H^{16}O^2$	32,8	49,1
» nonanoïque.........	$C^9H^{18}O^2$	34,1	52,8
» caprique..........	$C^{10}H^{20}O^2$	34,2	55,2
» undécanoïque......	$C^{11}H^{22}O^2$	34,8	61,9
» laurique..........	$C^{12}H^{24}O^2$	36,3	69,4
» myristique.........	$C^{14}H^{28}O^2$	46,2	86,2
» palmitique.........	$C^{16}H^{32}O^2$	46,3	»

L'examen de ce tableau montre que le benzène et le nitrobenzène ne possèdent pas, comme il l'avait été supposé, deux constantes K, l'une normale, s'appliquant à la plupart des corps organiques, l'autre anormale, sensiblement égale à la moitié de la première et relative aux composés oxydrylés. A mesure qu'on s'élève dans la série des acides aliphatiques à nombre pair ou impair d'atomes de carbone, la valeur de la quantité K regardée comme constante augmente d'une manière progressive, jusqu'à atteindre ou dépasser pour les termes en C^{14} et en C^{16} le nombre communément adopté.

(¹) Les résultats relatifs à la série paire ont été présentés dans notre Thèse de doctorat : *Influence des corps dissous sur l'abaissement moléculaire du point de congélation dans le benzène et le nitrobenzène*, Paris, 1929.

COLLOÏDES. — *Sur l'étude des solutions colloïdales par la polarisation de la lumière qu'elles diffusent.* Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Charles Tourneur**, présentée par M. C. Matignon.

I. On peut suivre les transformations qui se produisent dans une solution colloïdale par la mesure de la polarisation de la lumière diffusée à 90° du faisceau incident, mesure qui s'effectue d'une manière précise et rapide au moyen du photopolarimètre de Cornu.

Pour des particules sphériques de dimensions extrêmement petites vis-à-vis des longueurs d'onde, la théorie de Lord Rayleigh indique que cette lumière devrait être totalement polarisée. Lorsque, par suite d'une transformation d'origine quelconque, les particules grossissent, la proportion de lumière polarisée diminue.

Quelle que soit la forme des particules, l'étude de cette polarisation peut fournir des renseignements intéressants sur les transformations qu'éprouve une solution colloïdale au cours de l'évolution qui précède la floculation.

II. Lorsqu'on dilue une solution colloïdale déterminée, la polarisation de la lumière diffusée va en augmentant en même temps que diminue l'intensité de cette lumière.

Entre la proportion P de lumière polarisée contenue dans le faisceau diffusé et l'intensité I de ce faisceau existe une relation de la forme

$$P = a - b \log I.$$

Pour des sols de sulfure d'arsenic, des suspensions de gomme-gutte et de résino-mastic, cette relation se vérifie dans un intervalle de concentrations de l'ordre de 1 à 150.

III. Lorsqu'on provoque la floculation d'un certain volume d'une solution colloïdale par addition d'un égal volume de solution électrolytique et qu'on suit en fonction du temps la polarisation du faisceau diffusé, on constate que cette polarisation part d'une valeur initiale égale à celle que donnerait la solution colloïdale diluée dans un égal volume d'eau, décroît jusqu'à une valeur limite P_l atteinte au bout d'un temps d'autant plus court que la solution électrolytique utilisée est plus concentrée, reste constante pendant un temps parfois très long, puis se met à croître lorsque se produit la sédimentation. le temps que met la polarisation à atteindre sa valeur limite constitue une mesure précise de la durée de floculation qui concorde

très exactement avec celle que fournit l'étude de l'intensité de la lumière transmise.

La constance de la proportion limite P_l de lumière polarisée pendant l'intervalle de temps, parfois considérable, qui précède la sédimentation, peut s'interpréter en admettant, comme l'ont suggéré MM. Cotton et Mouton dès leurs premières recherches sur les colloïdes, que les micelles qui se réunissent au cours de la sédimentation conservent cependant leur individualité et agissent indépendamment les unes des autres en ce qui concerne l'influence qu'elles exercent sur la polarisation de la lumière diffusée ainsi d'ailleurs que sur l'intensité de la lumière transmise.

Le temps que met la polarisation de la lumière diffusée à prendre sa valeur limite, après que l'électrolyte a eté introduit, diminue de plus en plus à mesure que croît la quantité d'électrolyte et peut tomber au-dessous de valeurs mesurables. Mais dans tous les cas que nous avons étudiés (sulfure d'arsenic, gomme-gutte, résine mastic), même pour les plus fortes quantités d'électrolyte, la polarisation de la lumière diffusée conserve sa valeur limite pendant une durée suffisante pour qu'on puisse évaluer avec précision la valeur P_l de cette polarisation.

Lorsque la quantité d'électrolyte introduite est insuffisante pour provoquer la floculation, on observe encore une diminution de la polarisation de la lumière diffusée et la polarisation limite ainsi obtenue se maintient ensuite indéfiniment.

IV. La polarisation limite P_l relative à un électrolyte donné diminue lorsque croît la concentration c de cet électrolyte, d'abord lentement pour les faibles valeurs de c, puis plus rapidement dès qu'est atteinte la quantité qui provoque la floculation. Dans certains cas (sulfure d'arsenic, gomme-gutte, résine mastic) cette polarisation limite passe par un minimum pour une certaine concentration c_m et croît ensuite de plus en plus lentement jusqu'à prendre une valeur invariable; dans d'autres cas (hydrate ferrique) le minimum, s'il existe, est imperceptible et, à partir de la concentration c_m la polarisation limite garde uue valeur invariable lorsque croît la concentration. Dans tous les cas, la concentration c_m, à partir de laquelle la valeur de la polarisation limite cesse de décroître lorsqu'on augmente la concentration de l'électrolyte floculant, sépare la zone des floculations rapides de celle des floculations lentes et nous paraît susceptible de fournir entre ces deux zones une délimitation plus nette qu'aucun des autres phénomènes proposés jusqu'ici à cet effet.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Préparation et purification de sels par l'emploi des zéolithes.* Note [1] de M. G. AUSTERWEIL, présentée par M. Marcel Delépine.

Le mécanisme de la réaction qui régit l'échange de bases entre alumino-hydro-silicates (zéolithes naturelles et artificielles, glauconies, etc.) et solutions de sels ionisés n'a pas encore été éclairci, bien que la réaction elle-même ait été découverte il y a plus de trois quarts de siècles par l'Anglais J. T. Way. L'explication de ce curieux phénomène, d'ailleurs nié jadis par Liebig, a été tentée par beaucoup de chercheurs, mais on n'a pas obtenu des résultats décisifs, simples et nets, bien que l'application pratique de la réaction, surtout à l'épuration (détartrage) d'eaux industrielles, ait fait de grands progrès, surtout depuis les dernières vingt années.

La présente Note a pour but d'essayer de donner une explication simple de ladite réaction, explication corroborée par les faits, et de montrer l'application de la réaction ainsi expliquée à la préparation et la purification de sels en général.

Parmi quelques principes fondamentaux négligés ou inobservés jusqu'ici dans l'étude de la marche de l'échange de bases, il est nécessaire de noter les faits suivants : 1° On peut presque intégralement remplacer l'ion mobile dans un hydro-alumino-silicate (glauconie, zéolithe, etc.) par un autre ion, en employant un gros excès de ce dernier, sous forme de son sel ionisé en solution. 2° On peut presque intégralement remplacer un ion dans une solution d'un sel ionisé en le traitant par un gros excès de zéolithe, saturée au préalable presque intégralement par l'ion que l'on veut faire entrer en solution. 3° Le phénomène d'échange de bases n'est pas un phénomène colloïdal, et s'étend à toute série d'ions, même ceux des métaux lourds et de sels de bases organiques. Il est, jusqu'à une certaine limite, indépendant de la concentration des solutions des sels qui réagissent, ce qui semble indiquer qu'il est régi par le quotient des solubilités des zéolithes présentes.

Ces trois observations générales indiquent la possibilité de préparer des sels plus ou moins purs à l'aide de doubles échanges entre les zéolithes et des solutions de sels que l'on veut faire entrer en réaction les uns avec les

---

(1) Séance du 16 novembre 1931.

autres. Pour déterminer les bases théoriques de la préparation (et de la purification) de sels par la méthode de l'échange des bases, on procède comme suit :

On fait réagir, par exemple pour faire du nitrate de potassium, 1 gr.-équiv. d'un sel de Ca en solution aqueuse, dans notre cas du nitrate de calcium, sur une quantité de zéolithes saturées de potassium, contenant également 1 gr.-équiv. de K. On constate, pour une zéolithe donnée, qu'il y a *toujours* environ 0,42 gr.-équiv. de K qui entre en solution, et la quantité équivalente de Ca est fixée par la zéolithe. Nous appellerons la quantité de K entré en solution, exprimé en gr.-équiv., le *coefficient d'échange*, et le désignerons par a. Pour la même zéolithe et la même paire d'ions, ce rapport sera toujours constant ; d'une zéolithe à l'autre, il variera avec la teneur en silice.

Si l'on répète à plusieurs reprises l'action d'un nouveau lot égal de zéolithes potassées sur la solution précédemment obtenue, l'effet quantitatif est le même. On obtient des résultats qui se trouvent dans le tableau suivant, pour l'échange de Ca contre K, et $a = 0,42$.

I. Nombre de lots de zéolithes contenant chacun 1 gr.-équiv. de K interchangeable.	II. Teneur en K de la solution après passage de ce lot de zéolithe, en gramme-équivalents. Calculé.	Trouvé.
1er lot....	$a = 0,42$	0,42
2e lot....	$a + a(1-a) = 2a - a^2 = 0,664$	0,66
3e lot....	$a + a(1-a) + a(1-a)^2 = 3a - 3a^2 + a^3 = 0,811$	0,808
....	....	.....
$x^{\text{ième}}$ lot..	$a[1 + (1-a) + (1-a)^2 + (1-a)^3 + \ldots + (1-a)^n] = 1$	

	III. Teneur en Ca résiduaire de la solution, en gramme-équivalents après passage de ce lot de zéolithes. Calculé.	Trouvé.
1er lot....	$1 - a = 0,58$	0,58
2e lot....	$1 - (2a - a^2) = (1-a)^2 = 0,336$	0,34
3e lot....	$1 - (3a - 3a^2 + a^3) = (1-a)^3 = 0,189$	0,185
....	....	.....
$x^{\text{ième}}$ lot..	$(1-a)^n = 0$	

La formule, d'ailleurs très générale, et vérifiée pour un certain nombre de paires d'ions et pour des zéolithes différents, telle qu'elle découle de la

colonne III de ce tableau, permet d'exprimer par une formule générale et simple, la quantité de zéolithe nécessaire pour transformer une solution d'un sel, en solution stœchiométriquement équivalente d'un autre sel. Nous procéderons comme pour le calcul d'un épuisement par extraction, en faisant mentalement notre opération sur la quantité de Ca qui est enlevée après chaque passage de la solution sur un lot de zéolither, jusqu'à épuisement presque complet du liquide en Ca.

L'épuisement total, comme l'indique d'ailleurs la colonne III du tableau, demanderait un nombre infini de passages; pour pouvoir calculer un résultat pratique, il faudra limiter le calcul pour un épuisement d'une valeur limitée. Si nous indiquons d'une façon générale par T la teneur résiduaire de l'ion à échanger, admise à rester dans le liquide, et par n le nombre de lots de zéolithes à teneur d'un gr.-équiv. de K, nous aurons

$$1 = \frac{T}{(1-a)^n} \qquad \text{et} \qquad n = \frac{\log T}{\log(1-a)}.$$

Les chiffres trouvés de la troisième colonne s'accordent fort bien avec les chiffres calculés. La formule qui les régit n'est autre qu'une formule d'épuisement par solvants, sous la forme d'un cas spécial, où chaque extraction répétée se fait à l'aide d'un liquide extracteur employé en quantité égale au liquide à extraire.

Cette méthode d'échange de bases peut aussi fort bien servir à la *purification* de sels minéraux ou organiques, et ainsi, indirectement, à la séparation de bases, même organiques. Pour ce faire, il suffit de saturer une zéolithe d'un sel pur, et de filtrer à travers cette zéolithe ainsi préparée une solution de sel accompagné d'impuretés.

La quantité de zéolithes nécessaire pour la purification d'un sel pourra être calculée à l'aide de la formule précitée modifiée selon le raisonnement suivant : Puisque ce n'est plus un gr.-équiv. entier que la zéolithe doit enlever de la solution, mais seulement la quote-part d'impuretés, et que nous voulons obtenir une solution finale très purifiée à teneur d'impuretés connue, notre formule sera la suivante : D'une façon générale, si I est la quantité totale d'impuretés contenues dans la solution, en gr.-équiv., et T la quantité totale tolérée d'impuretés en gr.-équiv., dans la solution finale, a étant le coefficient d'échange nous aurons :

$$I = \frac{T}{(1-a)^n}; \qquad \text{d'où} \qquad n = \frac{(\log T - \log I)}{\log(1-a)}.$$

Cette formule a été vérifiée à plusieurs reprises, notamment pour la purification du nitrate de cobalt industriel.

Il résulte de ce qui précède que la réaction d'échange de bases peut parfaitement se prêter à la préparation et la purification de sels. Le mécanisme de cette réaction est réglé par le même principe que celui qui règle l'extraction par solvants et dépend, comme celui-ci, de solubilités; dans le cas de l'échange de bases, la réaction est réglée par la solubilité des zéolithes présentes ou se formant au courant de la réaction même.

CHIMIE MINÉRALE. — *Réduction du cyanure de mercure par l'étain en présence de certains sels métalliques.* Note de M. **J. Golse**, présentée par M. A. Desgrez.

L'étain, qui est sans action sur les solutions neutres de cyanure de mercure, décompose cette substance lorsqu'elle se trouve associée avec certains sels. L'acide cyanhydrique est alors libéré et le mercure se sépare à l'état métallique; en même temps, de l'étain passe sous forme d'hydroxyde d'étain-II, $(HO)^2Sn$.

Cette décomposition peut être étudiée à partir d'une solution de cyanure de mercure et de chlorure de sodium à 1^g de chacun des deux sels pour 100^{cm^3}. Le liquide, agité avec 5^g d'étain en grenaille, se trouble rapidement et la réaction se poursuit jusqu'à complète destruction du cyanure.

Si l'on soumet la liqueur filtrée à l'action des divers réactifs des dérivés stanneux, on reconnaît qu'aucune trace d'étain n'est passée en solution. Par contre la présence d'hydroxyde, mélangé au mercure précipité, peut être aisément démontrée :

Le dépôt est agité avec 10^{cm^3} d'une dilution au dixième de lessive d'hydroxyde de sodium; on filtre. La solution obtenue renferme alors de l'étain sous forme de stannitealcalin. Neutralisée au moyen d'acide chlorhydrique, elle fournit les réactions caractéristiques des sels d'étain-II : coloration bleue avec le réactif sulfomolybdique, précipitation de bismuth réduit par addition de quelques gouttes de solution azotique d'azotate de bismuth, réduction du sublimé en chlorure de mercure-I, etc.

La réduction du cyanure de mercure par l'étain s'observe également lorsqu'on remplace le chlorure de sodium par les chlorures de potassium ou d'ammonium, les azotates alcalins au alcalino-terreux, les sulfates alcalins, de zinc ou de magnésium.

A ces sels s'opposent les bromures et les iodures alcalins ou alcalino-terreux, en présence desquels le cyanure de mercure reste inattaqué par l'étain.

La propriété que possède le cyanure mercurique de se combiner avec de nombreux sels métalliques permet d'interpréter ces faits :

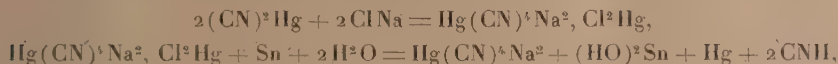
1° On sait qu'à partir des chlorures alcalins, sels dont la présence favorise la réduction du cyanure mercurique par l'étain, on a obtenu des composés cristallisés, tels que $(CN)^2Hg$, $ClNa$, étudié par Brett et par Poggiale, et que Geuther a été amené à considérer comme des combinaisons d'un mercuricyanure alcalin avec du chlorure de mercure-II [1]. Avec le chlorure de sodium on aurait



$$2(CN)^2Hg, 2ClNa = Hg(CN)^4Na^2, Cl^2Hg.$$

La formation d'une telle combinaison, qui fait passer une partie du mercure à l'état de chlorure, a nécessairement pour effet de faire apparaître dans la solution des ions mercuriques. Au contact de l'étain, ils perdent leur charge électrique et se séparent à l'état métallique.

Les réactions qui s'effectuent dans la solution peuvent être représentées par les équations ci-après :



$$2(CN)^2Hg + 2ClNa = Hg(CN)^4Na^2, Cl^2Hg,$$
$$Hg(CN)^4Na^2, Cl^2Hg + Sn + 2H^2O = Hg(CN)^4Na^2 + (HO)^2Sn + Hg + 2CNH,$$

ce qui aboutit à



$$2(CN)^2Hg + 2ClNa + Sn + 2H^2O = (CN)^2Hg + 2ClNa + (HO)^2Sn + Hg + 2CNH.$$

Cet ensemble de réactions s'effectue jusqu'à ce que tout le cyanure de mercure soit décomposé; il ne reste en solution que l'acide cyanhydrique du cyanure et le chlorure de sodium mis en expérienee. Tout se passe en définitive conformément à l'équation



$$(CN)^2Hg + Sn + 2H^2O = (HO)^2Sn + Hg + 2CNH.$$

On doit invoquer la même théorie pour tous les sels, en particulier les azotates, les sulfates, dont la présence, dans les solutions de cyanure de mercure provoque sa réduction par l'étain. Cette décomposition tient à ce que ces sels, en se combinant avec le cyanure, mobilisent le mercure et le font passer à l'état de cations.

---

(1) Dictionnaire de Wurtz, 1, p. 1110.

2. Il est également facile d'expliquer pourquoi la réduction du cyanure mercurique par l'étain n'a pas lieu en présence des bromures et des iodures :

L'introduction d'un iodure alcalin dans une solution de cyanure de mercure, au lieu de donner des ions mercuriques, amène le mercure sous forme d'anions iodomercuriques, dans lesquels le métal se trouve dissimulé à la plupart de ses réactifs. C'est ainsi qu'avec l'iodure de potassium, on a



$$(CN)^2Hg + 4IK = HgI^4K^2 + 2CNH.$$

On en est averti par l'alcalinité que prend la solution du fait de l'hydrolyse du cyanure alcalin formé, en acide cyanhydrique et en hydroxyde alcalin, dont l'influence sur les indicateurs alcalimétriques, en particulier la phtaléine, est prédominante.

L'iodomercurate alcalin formé peut être lui-même mis en évidence : il suffit d'ajouter une solution d'un sel d'alcaloïde, par exemple, de sulfate de strychnine, ou une solution d'antipyrine, puis de faire disparaître, au moyen de quelques gouttes d'acide chlorhydrique, l'alcalinité due à l'hydroxyde du cyanure alcalin. Il se forme alors un précipité d'iodomercurate d'alcaloïde ou d'antipyrine, disparaissant par chauffage du mélange et se reformant par refroidissement.

Les bromures se comportent comme les iodures : ils donnent des anions complexes bromomercuriques et le cyanure échappe à l'action réductrice de l'étain.

La réduction du cyanure de mercure au moyen de l'étain, en présence de chlorures, d'azotates, de sulfates, fournit un procédé commode pour préparer extemporanément des solutions d'acide cyanhydrique, ne renfermant d'autre substance que le sel utilisé pour favoriser cette réduction.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la possibilité de détruire des quantités importantes de substances organiques au moyen de l'acide perchlorique.* Note de M. **Ernest Kahane**, présentée par M. A. Desgrez.

L'acide perchlorique hydraté du commerce (60 pour 100, d' 1,61) est un produit stable qui ne manifeste guère, à froid, de propriétés oxydantes. Par contre, à sa température d'ébullition, 203°, il est un agent oxydant

d'une énergie extrême. Il a été utilisé à ce titre par Mears et Hussey [1], qui le proposèrent en 1921 en qualité d'adjuvant d'oxydation dans le dosage de l'azote par la méthode de Kjeldahl. En collaboration avec MM. Lematte et Boinot, j'ai ensuite utilisé un mélange d'acide perchlorique et d'acide sulfurique pour détruire, par quelques grammes à la fois, les tissus animaux dans lesquels je dosais les éléments fixes [2]. En associant l'acide perchlorique et l'acide nitrique, j'ai pu améliorer la technique de destruction et réaliser en outre une oxydation quantitative du soufre, que j'ai appliquée à l'étude du caoutchouc [3], puis de diverses substances biologiques [4].

L'acide perchlorique paraît être l'agent le plus efficace de destruction de la matière organique que nous possédions, et je me suis proposé de rechercher dans quelle mesure il pourrait être utilisé en toxicologie où la destruction de quantités importantes de viscères constitue un problème essentiel.

On sait l'intérêt qu'attachent les toxicologues à l'emploi d'une quantité de réactifs aussi faible que possible, afin de diminuer l'importance des inévitables traces d'impuretés qu'ils apportent. Aussi, indépendamment du souci d'économie, y avait-il un intérêt majeur à utiliser le moins possible d'acide perchlorique.

Or j'ai récemment insisté [5] sur la nécessité, pour éviter tout danger dans la pratique de l'oxydation nitro-perchlorique, d'opérer en présence d'un excès d'acide perchlorique. En essayant de concilier cette condition avec le principe toxicologique d'économie de réactifs, j'ai enregistré, par l'emploi exclusif d'acide nitrique et d'acide perchlorique, des incidents qui m'ont incité à rechercher une technique plus facile à suivre.

Il est évident que si l'acide perchlorique est introduit auprès de la matière à oxyder goutte à goutte, et dans des conditions telles que la réaction se produise au fur et à mesure de l'accès du réactif, tout danger d'accumulation et, par suite, tout risque de déflagration se trouve écarté. Comme l'acide perchlorique ne réagit qu'à température élevée, il faut pouvoir chauffer

---

(1) Mears et Hussey, *Journ. Ind. and Eng. Chem.*, 13, 1921, p. 1054.

(2) Lematte, Boinot et Kahane, *Journ. Pharm. Chim.*, 8e série, 5, 1927, p. 325 et 361.

(3) Kahane, *Caoutchouc et gutta-percha*, 24, 1927, p. 13549.

(4) Lematte, Boinot et Kahane, *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1927, p. 1211.

(5) Lematte, Boinot, Kahane et Mme M. Kahane, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1459.

préalablement la matière à oxyder; il faut également la présenter dans un état aussi divisé que possible à l'action de l'agent oxydant, et pour que le procédé soit utilisable en toxicologie, il faut pouvoir éviter que le milieu ne devienne jamais réducteur.

Ces conditions se trouvent réalisées grâce à une attaque nitro-sulfurique préalable qui oxyde les substances attaquables par l'acide nitrique et permet au reste de la matière organique de se trouver désagrégée au sein de l'acide sulfurique. Vers la fin de l'élimination de l'eau et de l'excès d'acide nitrique, la température atteinte par la liqueur sulfurique (180-190°) est suffisante pour que l'acide perchlorique, amené goutte à goutte, réagisse instantanément en provoquant progressivement la destruction intégrale de la matière organique.

Cette technique, dont les détails paraîtront dans un autre Recueil, a été appliquée avec succès à la destruction des principaux tissus animaux : foie, reins, poumons, cervelle, cœur, intestins, estomac, rate, muscle, tissu adipeux. L'opération, effectuée sur 200^g de matière fraîche, dure de 1 heure 15 à 1 heure 30. Elle est bien plus rapide encore lorsqu'on peut opérer sur un produit desséché. Une quantité beaucoup plus importante de substance peut être traitée sans inconvénients en une seule opération, à condition de disposer de récipients d'une capacité suffisante. J'ai pu détruire, en opérant dans un ballon de 3^l, les viscères (1450^g) d'un chien de 10^{kg}.

Le problème de la destruction intégrale de quantités importantes de matières organiques d'origine animale peut donc être résolu grâce à l'emploi de l'acide perchlorique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le dédoublement des éthers-sels par les alcools en milieu faiblement alcalin.* Note de M. **E.-M. Bellet**, présentée par M. A. Béhal.

M. A. Béhal (*Bulletin de la Société chimique*, 4e série, 15, p. 565) a signalé l'action de dédoublement qui se produit quand un alcool à poids moléculaire faible se trouve en présence d'éthers-sels dérivés d'alcools supérieurs, en milieu alcalin.

Nous avons repris l'étude de cette réaction de façon à déterminer si possible quels en étaient les différents facteurs.

Nous avons commencé notre travail en généralisant cette réaction, et ceci

en traitant des éthers-sels résultant de l'éthérification d'alcools différents par des alcools à poids moléculaire également différents.

Toutes ces réactions sont effectuées en présence de soude, mais en quantité très faible ne correspondant nullement à la quantité théoriquement nécessaire à la saponification normale.

Cette étude nous a été grandement facilitée par la méthode d'isolement et de caractérisation des alcools au moyen de leurs éthers allophaniques, signalée par A. Béhal.

Dans un tube scellé nous avons introduit 75^g d'acétate de benzyle, 300^g d'alcool absolu additionné de 5^{cm^3} de soude normale.

Le tout a été maintenu 3 jours au bain-marie à l'ébullition.

A l'ouverture du tube on perçoit une forte odeur d'acétate d'éthyle.

La distillation fractionnée fournit :

1° Une portion A de forte odeur d'acétate d'éthyle d'environ 318^g, bouillant de 74 à 81°, contenant l'excès d'alcool et l'acétate d'éthyle produit dans la réaction.

2° Une portion B commençant à distiller vers 204°. Avant distillation, cette portion est lavée à l'eau, séchée et rectifiée. On obtient ainsi environ 55^g d'un liquide bouillant à 204-206°. Cette portion peut contenir l'alcool benzylique et l'acétate de benzyle non décomposé. La portion A est étendue d'eau afin de séparer l'alcool ordinaire de l'acétate d'éthyle, épuisée à l'éther et la portion éthérée rectifiée. On obtient dans ces conditions 34^g environ d'acétate d'éthyle bouillant à 74°.

La portion B est traitée par un courant d'acide cyanique obtenu en dépolymérisant par la chaleur l'acide cyanurique. On obtient un magma cristallisé qui, lavé plusieurs fois à l'éther, fournit un résidu solide (allophanate de benzyle) et une solution éthérée. Le résidu saponifié par l'eau bouillante et entraîné à la vapeur d'eau nous a donné 41^g d'alcool benzylique bouillant à 206°. La solution éthérée, lavée à l'eau, séchée et distillée a donné 14^g environ d'acétate de benzyle bouillant également à 206°.

On voit donc que, dans cette réaction, 80 pour 100 environ de l'acétate de benzyle mis en œuvre a été transformé en acétate d'éthyle avec mise en liberté d'alcool benzylique.

Nous avons obtenu des résultats sensiblement identiques en traitant de la même manière différents éthers-sels par l'alcool et en milieu aussi faiblement alcalin.

Nos différents essais ont porté sur l'acétate d'hexyle, le benzoate de benzyle, le salicylate de benzyle, l'acétate de cinnamyle, etc.

Dans toutes ces réactions et dans les conditions de l'expérience, le dédoublement de l'éther-sel par l'alcool est presque toujours du même ordre et atteint environ 80 pour 100.

Nous avons ensuite fait agir des alcools différents sur un même éther-sel,

l'acétate de géranyle. Nous avons constaté que la réaction s'effectue encore mais que les rendements sont différents selon l'alcool employé.

25g d'acétate de géranyle ont été à chaque fois chauffés 36 heures à 100° avec 200g d'alcool additionné de 2cm³,5 de soude alcoolique normale. Dans ces conditions, chauffé avec l'alcool méthylique, on obtient finalement 13g,6 de géraniol, soit 72 pour 100; avec l'alcool éthylique 12g,9 de géraniol, soit 68 pour 100; avec l'alcool butylique 8g,3 de géraniol, soit 44 pour 100, et enfin avec de l'alcool benzylique seulement 2g,7 de géraniol, soit 14 pour 100.

Il semble donc nettement démontré que la réaction de dédoublement est d'autant plus facile que l'alcool mis en œuvre est à poids moléculaire le plus faible ou le plus éloigné possible du poids moléculaire de l'alcool combiné de l'éther-sel.

La fonction alcoolique de l'alcool de l'éther primaire, secondaire ou tertiaire joue un rôle important.

En effet, en opérant exactement dans les mêmes conditions (36 heures de chauffe au bain-marie), 25g d'acétate de linalyle ont conduit à 14,6 de linalol, soit 72 pour 100, tandis que 25g d'acétate de géranyle fournissaient seulement 9g,5 de géraniol, soit 50 pour 100.

Il semble donc, toutes choses égales d'ailleurs, qu'un éther-sel d'alcool tertiaire soit plus sensible qu'un éther-sel d'alcool primaire.

Comme l'ont déjà montré les expériences précédentes, la proportion d'éther-sel décomposé varie avec le temps et la température.

A la température ordinaire elle est très faible. Un essai de 75g d'acétate de benzyle additionné de 300g d'alcool et de 2cm³,5 de NaOH alcoolique normale, conservé pendant 20 mois, n'a donné que 2g,1 d'alcool benzylique, soit 4 pour 100 environ.

Mais si la température augmente, la réaction s'achève rapidement. Un essai identique, maintenu 8 jours à 50°, a donné 3g,2 d'alcool benzylique, soit 6 pour 100, tandis qu'à 75°, également pendant 8 jours, un autre essai identique donnait 17g,8 d'alcool benzylique, soit 33 pour 100.

En résumé :

Il semble démontré que toutes les fois qu'un éther-sel dérivé d'alcool à poids moléculaire élevé se trouve en présence d'un alcool à poids moléculaire plus faible en milieu légèrement alcalin, il y a entre ces deux alcools une transposition mettant en liberté l'alcool à poids moléculaire élevé.

Cette réaction semble très générale. Elle est d'autant plus nette que la différence entre les poids moléculaires des deux alcools mis en jeu est la plus élevée. Elle est d'autant plus rapide lorsque la fonction de l'alcool combiné

est tertiaire que secondaire ou primaire. Enfin elle est fonction du temps et de la température.

Nous nous proposons d'ailleurs de poursuivre cette étude et de rechercher si cette réaction n'est pas susceptible d'une plus grande généralisation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mode d'action des catalyseurs hydrogénants et mixtes dans le cracking hydrogénant des phénols.* Note de MM. **André Kling** et **Daniel Florentin**, présentée par M. Matignon.

Nous avons indiqué ([1]) que les catalyseurs déshydratants, convenablement activés par chauffage à une haute température, transformaient d'une façon satisfaisante les phénols en hydrocarbures benzéniques, en présence d'hydrogène sous haute pression, et à des températures comprises entre 470° et 490°.

Il existe cependant d'autres catalyseurs susceptibles de déterminer le départ du groupement hydroxylé des phénols : ce sont les catalyseurs hydrogénants du type oxyde de nickel, ainsi que les oxydes métalliques, doués également de propriétés hydrogénantes, tels que les oxydes de molybdène (MoO^3, Mo^2O^5). Toutefois le mode d'action de ces derniers catalyseurs est fort différent de celui des premiers.

Si, en effet, on chauffe le phénol ordinaire, en présence de NiO ou de Mo^2O^5 et d'un excès d'hydrogène (10 à 12 pour 100 du poids du phénol), on transforme intégralement, après 40 à 50 minutes, le phénol en hydrocarbures légers, de faible densité, constitués en majeure partie par de l'hexane et du cyclo-hexane, résultant de l'hydrogénation totale des doubles liaisons du noyau benzénique.

En réalité ce type de catalyseur détermine la transformation du phénol en cyclohexanol qui, instable à la température à laquelle on opère, se transforme en cyclohexane, et même en hexane, par ouverture de la chaîne cyclique.

C'est ainsi que les hydrocarbures obtenus en utilisant Mo^2O^5 et un excès d'hydrogène possèdent les caractères suivants :

Fraction principale (80 pour 100):

$$\text{P. E.} = 78\text{-}79^\circ; \qquad D_{15} = 0,804; \qquad N^D_{16} = 1,4508$$

Cette fraction est constituée par 25 pour 100 de benzène et 75 pour 100

([1]) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 859.

de cyclohexane. L'oxyde de nickel fournit des hydrocarbures encore plus légers $D_{15} = 0,760$, riches en hexane.

En employant l'alumine activée la fraction principale des hydrocarbures possède les caractères suivants :

$$\text{P. E.} = 78\text{-}82^{\circ}; \quad D_{15} = 0,868; \quad N_{20}^{D} = 1,4903.$$

Elle est constituée par du benzène souillé d'une très petite quantité de cyclohexane.

Bien entendu, si, au lieu d'utiliser un excès d'hydrogène, on ramène le pourcentage de H^2 à 4 pour 100, on obtient, même en opérant avec les oxydes de molybdène, les hydrocarbures plus lourds; l'hydrogénation des doubles liaisons ne pouvant s'effectuer, mais la vitesse de la réaction est bien moins considérable et la transformation du phénol est incomplète.

Si par contre on utilise, même en présence d'un excès d'hydrogène, l'oxyde bleu de Mo, activé par un chauffage prolongé à 500°, le pouvoir déshydratant proprement dit de cet oxyde est accru au détriment de son pouvoir hydrogénant, et la densité des hydrocarbures obtenus s'élève.

Enfin on obtient d'excellents résultats en utilisant des catalyseurs déshydratants, préalablement activés par la chaleur et additionnés d'une petite quantité de Mo^2O^5 (5 à 10 pour 100); dans ces conditions, même en présence d'un excès d'hydrogène, on obtient une transformation rapide et totale du phénol en hydrocarbures très riches en benzène ($D_{15} = 0,840$ à 0,850). C'est ce type de catalyseur qui nous paraît de beaucoup préférable pour transformer les phénols et corps hydroxylés en hydrocarbures benzéniques.

Résultats numériques obtenus dans une bombe de laboratoire de 2 litres.

Catalyseur.	H^2 pour 100.	Température max.	Durée de la réaction.	Pression max. (kg/cm²).	Rendement pour 100 en hydrocarbures légers.	Densité des hydrocarbures à 15°.
Cyclohexanol sans catalyseur..	9,0	475°	60m	320	total	0,760
Mo^2O^5....................	3,9	500	60	245	39,5	0,849
Mo^2O^5....................	11,5	490	60	298	72,0	0,804
MoS^2......................	9,0	480	60	290	59,5	0,821
Al^2O^3 act. + Mo^2O^5 10 %.....	»	490	180	304	65,5	0,840
$Al^2O^3 + Cr^2O^3 + Mo^2O^5$ 10 %..	»	488	50	240	64,25	0,845
$NiO + Al^2O^3$ activés.........	»	472	50	288	56,0	0,792
$ThO^2 + Mo^2O^5$ 10 % activés..	»	478	100	296	60,5	0,838

GÉOLOGIE. — *Constitution géologique du Tibesti : Le substratum antécambrien.* Note de M. **Dalloni.**

Les formations les plus anciennes du Tibesti sont constituées par un complexe de terrains éruptifs et sédimentaires dans lequel on peut établir deux subdivisions.

1° Une série profonde, qui comprend essentiellement des roches cristallines de divers types. L'une des plus communes est un *granite monzonitique* à grands cristaux de microcline ([1]), qui se désagrègent facilement et demeurent épars sur le sol, ce qui donne un reg d'aspect très particulier (plateau du Djebel Arabi, Turkou). Ce granite normal à biotite devient amphibolique en bien des points (soubassement de Kemet, vallée de Miski, etc.); ailleurs, c'est un granite à deux micas, parfois surtout riche en muscovite (Ehi Bou). Partout très altérées, sur une épaisseur notable, ces roches granitiques offrent, sur le bord des dépressions, une topographie ruiniforme, la physionomie bien connue des chaos de blocs arrondis.

Des *granodiorites* passent à de véritables *diorites quartziques*, contenant toujours une proportion assez considérable de quartz et, fréquemment, de beaux cristaux de grenat; elles constituent de petits massifs à la lisière nord et dans la partie centrale du Tibesti.

Dans les mêmes zones affleurent de longues traînées de schistes micacés très friables, presque exclusivement formés par des lamelles de biotite qui, parfois, se concentrent en phénoblastes; des schistes micacés à staurotide ou à sillimanite; des phyllades et des schistes satinés à amphibole palmée; des amphibolites, généralement feldspathiques et grenatifères, qui jouent un rôle important. Des quartzites micacés glanduleux, très durs et compacts, donnent lieu à des gorges imposantes (Daharson) et des conglomérats assez puissants s'y intercalent (enneri Kahor). Enfin, des cipolins dessinent des lentilles étroites à divers niveaux, mais ces roches, entièrement transformées en calcite, ne paraissent pas renfermer de silicates.

L'enrichissement en amphibole des granites de la région paraît être en rapport avec la digestion, par le magma granitique, de sédiments plus ou moins calciques; l'auréole des massifs éruptifs est en effet localement formée, près des contacts, par des cornéennes à pyroxène et amphibole, des épidotites et des grenatites (Ehi Bou, Dohozano, Miski).

([1]) Le même type de granite porphyroïde est largement développé dans l'Afrique occidentale et équatoriale française.

Il n'existe pas de véritables gneiss, malgré l'aspect rubané de toutes ces roches; M. A. Lacroix a déjà montré (1), pour celles que le Colonel Tilho avait recueillies dans la vallée de Miski à l'état de blocs et que j'ai retrouvées en place un peu partout, que ces pseudo-gneiss sont, en réalité, des granites à épidote et des diorites quartzifères pressés, avec tous les termes possibles de structure cataclastique, sans qu'il y ait eu de recristallisation notable. Quand elles sont complètement écrasées, ces roches laminées deviennent des mylonites et la structure originelle n'y est plus discernable. Ces remarquables effets dynamométamorphisme, en relation avec des phénomènes tectoniques, peuvent s'observer partout où les vieux terrains sont venus au jour; éruptifs ou sédimentaires, ceux-ci s'alignent en longues bandes orientées NNE-SSW plissées d'une façon intense.

De nombreux filons traversent ces terrains; ils sont formés de pegmatite à grandes plages de mica blanc; la variété graphique est commune et les minéraux accidentels sont habituellement la tourmaline et le grenat (enneris Brou, Tarka, etc.). On rencontre aussi des microgranites, des aplites et des microdiorites finement grenues, en filons minces, du quartz taché par la chlorite, l'oxyde de fer ou plus rarement des traces de chalcosine avec des veinules de covelline.

2° Une seconde série comprend surtout des dépôts sédimentaires, schisto-gréseux, à faciès beaucoup moins métamorphique, et pincés dans les synclinaux du substratum, avec lequel ils ont été plissés. Les schistes prédominent, donnant des régions très ravinées, mais d'accès facile (Dohozano, Bardagué, enneri Modrounga); argileux, gris verdâtre, compacts, ils deviennent chloriteux ou bien ils se présentent en couches rougeâtres, violacées. Dans l'enneri Kahor, ils sont, par places, subardoisiers, ampéliteux et prennent une ressemblance singulière avec les schistes carburés typiques.

Des grès en bancs puissants alternent avec les schistes; gris ou verdâtres, parfois rosés, tendres; leur composition peut être celle de véritables arkoses; ils arrivent à être très grossiers et passer à un poudingue à petits éléments (Toudoufou). Ces crêtes rocheuses, dans les chaînons de faible relief qui séparent les vallées, indiquent la direction réelle des strates; il en est de même pour des marbres, à pâte fine ou saccharoïde, rosée ou verte, qui émergent comme des bosses alignées en grains de chapelet, avec l'allure de « calcaires amygdalins ». Il faut mentionner encore d'innombrables filons de quartz.

---

(1) A. Lacroix et Tilho, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 1169.

Le pendage des assises oscille autour de la verticale et, sur le flanc des ravins, se dessinent les charnières d'une infinité de plis serrés et parallèles, parfois déversés, qu'on peut suivre sur de longues distances et qui sont toujours orientés, dans l'ensemble, du Nord au Sud.

Les grès siluriens, en complète discordance, généralement subhorizontaux et transgressifs, recouvrent cette formation, qu'on peut classer dans l'Algonkien en admettant la lacune du Cambrien; ainsi fait-elle partie du domaine de la chaîne huronienne.

En somme le substratum du Tibesti présente une analogie de constitution frappante avec les formations anciennes couvrant d'immenses espaces dans les pays voisins, où l'on a signalé (mais associés parfois à des gneiss et des micaschistes) les mêmes granites, diorites et roches filoniennes, souvent modifiés par des déformations mécaniques, ainsi que des schistes et des grès; on note cependant au Tibesti quelques particularités intéressantes, telles que la présence d'accidents calcaires, au moins fort rares dans l'ouest de l'Afrique et le bassin du Tchad.

D'autre part la tectonique de ces vieux massifs est très uniforme : les plissements du Tibesti sont parallèles à ceux de l'Ouadaï; ils se poursuivent au Nord dans le Fezzan; on les retrouve dans l'Adrar des Iforas et, sous les grès siluriens des Tassili enveloppant le noyau ancien de l'Ahaggar, la même série se présente avec des caractères structuraux identiques.

GÉOLOGIE. — *La ligne côtière d'âge post-néolithique dans le Xu-Nghê et dans les Trois-Quang du Nord (Annam, Indochine française).* Note de M. **H. Le Breton**, présentée par M. Ch. Jacob.

J'ai signalé (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 806), la présence, dans le Xu-Nghê (provinces actuelles de Nghê-An et de Ha-Tinh), de quinze lambeaux de terrasses marines à coquillages subfossiles et la découverte de tessons de poterie du Néolithique supérieur dans les conglomérats à *Placuna placenta* des couches supérieures de la terrasse de Duc-Lâm, découverte entraînant l'hypothèse que le mouvement qui est à l'origine de la formation géologique récente des plaines littorales de ce pays s'est produit dès après le Néolithique.

Aujourd'hui je viens indiquer la trouvaille, dans le pays des Trois-Quang du Nord (provinces de Quang-Binh, Quang-Tri et Quang-Duc),

prolongement méridional de Xu-Nghê, de trois témoins de l'ancienne ligne de rivage, témoins de même composition que les précédents. Deux se situent sur la flèche littorale de la lagune de Huê, à savoir : un gisement avec *Placuna placenta* que j'ai découvert dans la tranchée creusée par un ruisseau dans les argiles de Diêm-Truong et un banc coquiller à Phu-An, rappelant celui de Phu-Diên (Xu-Nghê). Le troisième témoin correspond à des coquilles d'*Ostrea Forskali* fixées sur le granite qui borde la lagune d'An-Cu. Ces trois témoins sont situés à l'altitude de 2^{m}, leur limite orientale est à une distance de la mer qui n'excède pas 1^{km}.

A ces trois lambeaux de terrasses marines ou de traces d'une ancienne ligne de rivage, s'ajoutent, dans la même position, quatre lambeaux situés dans le Xu-Nghê, à savoir : Ngoc-Huy, Phuong-Cân (deux villages voisins), Phu-Diên, Ba-Giap, Hai-Thanh et Van-Lôc (Thuong-Xa). La surface de la terrasse de Hai-Thanh occupe actuellement la cote 8^{m} ; les autres gisements portent les cotes 1 à 2^{m}.

Les témoins d'une ancienne ligne de rivage dont il vient d'être question s'échelonnent sur 450^{km} ; tous, ils se trouvent à peu près à la même distance du rivage actuel. Ils sont dans une tout autre position que le lambeau de terrasse de Duc-Lâm, situé à 13^{km} dans l'intérieur des terres. Cependant, il est difficile de ne pas les considérer comme contemporains de celui-ci, car, dans la même position que nos lambeaux côtiers, le R. P. Henry de Pirey a découvert une station préhistorique du Néolithique indochinois le plus évolué, s'élevant à la cote 2^{m}. Cette station a été étudiée par M. E. Patte (1).

Nous disposons donc de sept points de repère pour tracer la ligne côtière établie dès après la phase de surrection dont il a été question plus haut. La conclusion qui se dégagerait de ces trouvailles serait que la côte du Xu-Nghê et des Trois-Quang aurait été régularisée par le fait même d'un mouvement épirogénique récent. A la ligne côtière post-néolithique ainsi créée on ne saurait adjoindre qu'une marge externe, n'atteignant pas en largeur plus de 1^{km} en moyenne et constituée par des apports marins postérieurs et même très récents ; ce que confirmeraient mes recherches d'ordre historique (dates de fondation de villages, en particulier). Cette marge externe est surmontée par des dunes plus récentes encore.

---

(1) *Le Kjökkenmödding néolithique du Bau-Tro à Tam-Toa, près de Dông-Hoi* (*Annam*) (*Bull. Serv. Géol. de l'Indochine*, 14, fasc. I, 1925).

D'après la position des lambeaux de terrasses jusqu'ici reconnus dans les deux pays du Xu-Nghê et des Trois-Quang, comment retracer l'histoire de l'évolution géologique récente de ces deux pays ? En l'état actuel de mes connaissances, voici ce qui me paraît probable :

Le Xu-Nghê et les Trois-Quang se divisent, topographiquement, en trois parties, à peu près parallèles entre elles, ainsi qu'au rivage actuel :

a. Un talus occidental situé au pied des derniers mamelons de la grande chaîne, où affleurent des lambeaux de terrasses marines à coquillages subfossiles soulevés à l'altitude de 7 à 18^m;

b. Un talus oriental situé le long de la côte actuelle, avec des lambeaux analogues aux précédents, mais dont la surface occupe actuellement des cotes variant entre 1^m et 8^m;

c. Une dépression médiane, parcourue par des « canaux » naturels parallèles au rivage et déterminée par des zones à palétuviers dont la cote est inférieure au zéro des cartes. Chacune des dépressions marquerait l'emplacement d'une ancienne lagune aujourd'hui colmatée. C'est ce que tendraient à démontrer deux faits, à savoir : la découverte que j'ai faite d'une tourbière à Càm-Truong, près du « canal » de Vinh, et l'argile tourbeuse traversée entre les cotes —19,60 et —23,10 lors du forage du puits de la gare de Phu-Diên. Une lagune subsiste encore dans la région de Huê, mais elle serait le témoin de celle qui, dès après l'émersion des Trois-Quang, recouvrait la plus grande partie du Quang-Tri et du Quang-Duc.

Au Néolithique, nos deux pays étaient des golfes s'avançant, à l'Ouest, jusqu'à la région montagneuse. Suivant la corde de l'arc de chacun de ces golfes, se seraient édifiées des barres sous-marines, formant la bordure orientale de la plate-forme continentale. Par le fait même du soulèvement postérieur, ces bourrelets auraient constitué des flèches littorales, isolant des lagunes. A une côte découpée aurait succédé une côte rectiligne, constituée par les anciennes barres devenues flèches littorales. Cette nouvelle côte, maintenue en équilibre depuis son émersion, ne serait suivie que d'une marge relativement minime d'apports marins postérieurs, masquée en grande partie par des dunes très modernes.

BOTANIQUE. — *Sur la signification morphologique du stigma des zoospores et des zoogamètes chez les Hétérokontes et les Phéophycées.* Note de M. **Chadefaud**, présentée par M. L. Mangin.

La question du stigma des organismes flagellés a fait l'objet, au cours de ces dernières années, de nombreuses discussions. Les observations que j'ai pu faire à ce sujet m'ont conduit à reconnaître que cet organite doit être rattaché au plastidome, conformément à la théorie classique. Toutefois, le stigma n'est jamais un carotinoplaste. C'est un organite élaboré par un plaste, mais bien distinct de ce dernier, avec lequel il a des rapports rappelant ceux d'un pyrénoïde, par exemple. D'autre part ce n'est pas non plus un simple cristal de carotine, mais un corpuscule par lui-même incolore, que j'appellerai *leucostigma*, imprégné secondairement de pigments caroti-noïdes, conformément à la théorie émise dès 1910 par Alexeieff au sujet des Eugléniens à stigma incolore (Astasines). Ces conclusions ont été déduites d'observations relatives aux zoospores et aux zoogamètes de diverses Algues, ainsi qu'à quelques Flagellates. Je rapporterai dans cette Note les plus remarquables des observations relatives aux Hétérokontes et aux Phéophycées.

1. L'étude de la formation d'un sporange à deux zoospores de *Miscrococcus confervicola* montre trois choses : *a.* Le stigma de chaque zoospore se forme sur la face externe d'un chloroplaste pariétal, coincé entre celui-ci et la paroi du sporange; dans ces conditions, il est extrêmement probable qu'il est élaboré par le chloroplaste; *b.* Sur les quatre chloroplastes du sporange, deux seulement deviennent stigmatifères, et ce sont ceux contre lesquels s'appuient les noyaux des futures zoospores : le plaste élabore donc un stigma par suite de l'influence qu'exerce sur lui soit le noyau, soit quelque centre cinétique juxta-nucléaire; *c.* Enfin, lors de son apparition, le stigma est un corpuscule oblong, réfringent et incolore, un leucostigma, qui ne se pigmente qu'ultérieurement. Ces trois constatations conduisent directement à l'interprétation que je viens de donner du stigma des organismes flagellés.

2. Toutes les fois qu'on suit le développement du stigma des zoospores des Hétérokontes ou des Phéophycées (et cela est également vrai des Isokontes), on le voit naître à la surface externe d'un plaste chlorophyllien, et il occupe souvent une position déterminée sur ce dernier, ce qui prouve bien qu'il en dépend directement. Chez *Tribonema bombycina*, par exemple,

il est porté par l'extrémité antérieure d'un des chloroplastes, et cette localisation vers l'extrémité du plaste porteur se retrouve chez diverses Phéophycées. Mais nulle part les faits ne sont aussi précis que dans le genre *Mesogloia*.

Dans les sporanges uniloculaires de ces derniers, on voit en effet, le phéoplaste unique de chaque zoospore en formation s'étrangler en son milieu, comme s'il allait se diviser. Toutefois, les deux moitiés ne se séparent pas. C'est quand le plaste s'est ainsi étranglé que le stigma apparaît à sa surface, sur l'une des deux moitiés, et dans la région de celle-ci qui avoisine l'étranglement. Cette précision dans l'évolution des phénomènes morphologiques ne laisse guère de doutes sur le mode de génération du stigma aux dépens du phéoplaste.

Chez *Tribonema* comme chez *Mesogloia* on peut d'autre part reconnaître l'existence d'un leucostigma portant le pigment orangé. En effet, le stigma des *Tribonema* est quelquefois remarquablement pâle, et celui des *Mesogloia* a son centre incolore, le pourtour seul étant franchement carotinifère.

3. Le cas des spermatozoïdes des Phéophycées est plus difficile à débrouiller, parce qu'à première vue on n'y observe pas de plaste sigmatifère. Toutefois, il rentre dans la règle commune.

Chez les *Fucus* en effet, Mangenot (Thèse, Paris, 1922) a montré que chaque spermatozoïde en formation contient un plaste complètement dépigmenté, à l'état mitochondrial, et que c'est de celui-ci que dérive ensuite le stigma. Mais le processus n'a pu être suivi sur le vivant, et les rapports exacts du plaste et du stigma n'ont pas été déterminés. J'ai cherché à combler cette lacune en suivant vitalement l'évolution des spermatozoïdes de *Cutleria multifida*, dont le stigma, à l'état adulte, est identique à celui des *Fucus*.

Il m'a paru que, chez *Cutleria*, dans les jeunes anthéridies, les phéoplastes ne se dépigmentent pas complètement : on arrive en effet presque toujours à distinguer, dans chaque spermatide, un bâtonnet verdâtre, plus ou moins fusiforme, qui représente le plaste très réduit. Le stigma apparaît à la surface de ce fuseau verdâtre, sous la forme d'une bandelette orangée allongée selon l'un des méridiens. Il est donc engendré par le plaste, et distinct de celui-ci, selon la règle générale. Ultérieurement, le plaste grossira quelque peu et deviendra lenticulaire, en même temps qu'il se chargera de chlorophylle et de pigments carotinoïdes et deviendra jaune vert. Le stigma grossira et s'allongera, de façon à constituer un liséré orangé encerclant ce plaste.

Le point oculiforme du spermatozoïde des *Cutleria* et des *Fucus* peut donc être interprété comme constitué par un chromoplaste lenticulaire encerclé par un stigma filiforme. Cela rappelle ce qu'on observe chez certains *Monas*, où le stigma est un liséré orangé bordant la partie antérieure d'un petit chloroplaste discoïde jaune vert, d'ailleurs très pâle.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence du rapport* $\frac{\text{potasse}}{\text{azote}}$ *sur le développement du caféier pendant la première période de végétation.* Note de M. **Théodureto de Camargo**, présentée par M. Molliard.

L'alimentation minérale du caféier pendant la première période de croissance a fait l'objet d'une série de recherches à l'Institut Agronomique de l'État de Sao Paulo; nous résumerons ici les principaux résultats obtenus.

Ces expériences réalisées soit en vases avec des terres très pauvres en azote, acide phosphorique et potasse, soit en milieux synthétiques liquides ont été contrôlées par des essais en champs expérimentaux.

Dans ces conditions, on observe que le phosphore est l'élément dont l'influence est la plus marquée sur le développement des racines, des tiges et des feuilles; ajouté en excès, il ne provoque aucune action nocive sur la croissance des plantes. Il n'en est pas de même de la potasse et de l'azote; ceux-ci ne peuvent pas être donnés arbitrairement. Voici, en effet, les résultats d'une série d'expériences réalisées dans des vases contenant 30^{kg} de terre rouge maintenue à un taux constant d'humidité.

Le premier groupe a reçu $5^g,630$ d'acide phosphorique sous forme de superphosphate, $1^g,06$ d'azote à l'état de sulfate d'ammoniaque et des doses variables de potasse : $3^g,792$ dans une série, $1^g,896$ dans l'autre; dans le second groupe, l'acide phosphorique, $11^g,26$, et la potasse, $7^g,584$ restant constants, les doses d'azote ont été respectivement de $2^g,120$ à $0^g,580$.

Les plantules, de $0^m,10$ de longueur, furent choisies le plus uniformément possible; au bout de 20 mois, on pesa séparément dans chaque série et dans chaque groupe les racines, les rameaux, le tronc et les feuilles. Les résultats obtenus furent les suivants :

	Premier groupe.		Deuxième groupe.	
	Première série : $K^2O = 3^g,792$.	Deuxième série : $K^2O = 1^g,896$.	Première série : $N = 2^g,120$.	Deuxième série : $N = 0^g,530$.
Racines	$48^g,96$	$82^g,81$	$48^g,46$	$9^g,56$
Rameaux	15,95	25,17	15,2	3,46
Tronc	23,10	41,54	25,44	7,21
Feuilles	63,28	82,81	61,14	17,78

Il résulte des nombres de ce tableau que lorsque la quantité d'azote est constante comme dans les vases du premier groupe, l'augmentation de la potasse au delà d'une certaine limite produit une diminution marquée de la récolte ; de même, la quantité de potasse restant fixe dans le second groupe, la diminution de l'azote se traduit par un abaissement de la production. On met ainsi en évidence l'interdépendance de ces deux éléments.

En répétant ces expériences avec des solutions nutritives renouvelées chaque semaine et disposées dans des vases de pyrex de telle façon que la solution soit constamment en mouvement, nous avons constaté que jusqu'à 18 mois, le rapport $\frac{K^2O}{N}$ optimum pour le caféier (*Coffea arabica* L.) est compris entre 0,5 et l'unité.

La solution contenait par litre : phosphate monopotassique, $0^g,12$; chlorure de potasse, $0^g,1233$; sulfate de magnésie, $0^g,5$; nitrate de chaux, $0^g,25$ et des traces de chlorure ferrique. On ajoute dans chaque série des doses variables de nitrate d'ammoniaque de façon à rendre le rapport $\frac{K^2O}{N}$ égal à 2 — 1 — 0,5 — 0,333. L'acidité fut déterminée électrolytiquement au début et à la fin de chaque semaine ; elle variait de pH = 6,27 à pH = 4,5. Après 7 mois de végétation on a obtenu les résultats suivants, calculés par plante :

	Première série.	Deuxième série.	Troisième série.	Quatrième série.
Nitrate d'ammoniaque	$0^g,08$	$0^g,257$	$0^g,5985$	$0^g,9401$
Rapport $\frac{K^2O}{N}$	2	1	0,5	0,333
Racines	0,942	1,550	0,971	0,986
Tiges	2,228	3,386	2,871	2,257
Feuilles	7,443	9,600	8,886	7,971
Total	10,614	14,536	12,728	11,214

L'analyse minérale des plantes en expérience montre la répercussion de la variation du rapport $\frac{K^2O}{N}$ sur la composition des cendres.

D'une façon générale le maximum des éléments minéraux dans les différents organes coïncide avec le maximum du poids de la plante; exception faite pour la potasse qui diminue dans la tige, à mesure que la quantité d'azote augmente dans le milieu de culture.

La détermination de quelques principes immédiats contenus dans les feuilles a donné les résultats suivants :

	Première série. $\frac{K^2O}{N}=2.$	Deuxième série. $\frac{K^2O}{N}=1.$	Troisième série. $\frac{K^2O}{N}=\frac{1}{2}.$	Quatrième série. $\frac{K^2O}{N}=\frac{1}{3}.$
	mg	mg	mg	mg
Albumine	356	458	447	398
Saccharose	45	59	46	30
Glucose	101	151	158	172
Amidon	295	345	294	237
Cellulose	305	407	389	345
Pentoses	245	316	315	263
Méthylpentoses	33	45	57	60

Ces résultats montrent que les quantités d'albumine, de saccharose, d'amidon et de cellulose contenues dans les feuilles varient dans le même sens que le poids des plantes, c'est-à-dire présentent un maximum pour $\frac{K^2O}{N}=1$, tandis que les quantités de glucose et de méthylpentoses varient en sens inverse de ce rapport.

PHYSIOLOGIE. — *La répartition des composés azotés de l'urine dans la dépense azotée endogène minima et dans l'alimentation protéique; le problème de l'existence et de la grandeur des réserves albuminoïdes.* Note de M. **Émile-F. Terroine** et Mlle **Germaine Boy**, présentée par M. d'Arsonval.

Si diverses qu'elles aient été dans leurs procédés d'investigation, toutes les études ayant pour but de rechercher l'existence de réserves azotées dans les organismes supérieurs [teneur en N total des organismes totaux (Terroine, Brenckmann et Feuerbach); teneur en N total des tissus (Seitz, Pugliese, Gauthier et Thiers); rapport de l'azote aminopurique à l'azote protéique des organismes totaux et des tissus (Truszkowski, Dmochowski, Cahn et Bonot); teneur en arginine et cystine des tissus (Cahn et Bonot)] convergent vers une même conclusion : il n'existe pas, au moins en quan-

tités appréciables, de réserves azotées, comme il existe des réserves de graisses ou de glycogène, qui ne soient pas partie constituante des cellules. Lorsque l'organisme, passant d'un régime à un autre, emmagasine de l'azote, il ne dépose pas dans les tissus un supplément d'albumine qui en augmente la concentration, il développe les tissus eux-mêmes. Cette conclusion a été formulée d'une maniére particulièrement précise par Cahn et Bonot « ..... les organismes tels que ceux étudiés par nous ne peuvent stocker d'azote que sous forme *de protides organisés, et que ces derniers ne peuvent l'être que sous la forme d'éléments de type morphologique et chimique différenciés* ».

Il nous a paru toutefois que si, en dehors de la néoformation de tissus que les études de Gauthier et Thiers sur le foie ont rendue incontestable, une certaine quantité de matières albuminoïdes était réellement mise en réserve, les procédés employés jusqu'alors pour la déceler étaient insuffisamment précis, si cette quantité est très faible.

Nous avons donc repris l'examen de cette question en faisant appel à une méthode tout autre fondée sur le raisonnement suivant :

Lorsqu'on procède à la détermination quantitative individuelle de tous les composés azotés de l'urine au cours de la dépense azotée endogène et pendant un temps assez long, on constate la constance quotidienne de leur excrétion (Terroine et Mlles Boy, Champagne et Mourot). Cela signifie évidemment que les trois groupes essentiels de constituants de l'organisme dont ils proviennent (matières protéiques, corps puriques, substances créatiniques) se dégradent toujours dans une même proportion, donc qu'il y a une usure simultanée et proportionnelle de tous les éléments constitutifs des tissus.

Passons maintenant d'une alimentation riche en matières protéiques à une ration strictement glucidique. Pendant un certain temps, fait très connu, les quantités de N total rejetées seront élevées; elles baisseront peu à peu pour arriver à la valeur constante de la dépense endogène minima.

Que peut-il se passer pendant cette phase de transition, au point de vue de la répartition des composés urinaires? Ou bien tous vont décroître dans la même proportion, décroissance simultanée accusant une démolition simultanée de tous les éléments cellulaires; et cela signifiera que l'azote accumulé dans l'organisme l'a été uniquement sous forme organisée. Ou bien au contraire vont seuls décroître d'une manière sensible les composés (urée, NH^3, acides aminés) qui traduisent la dégradation des albumines; et

cela signifiera qu'il y a eu mise en réserve de matières protéiques dont la démolition se poursuit en supplément de celle des éléments cellulaires.

On conçoit d'ailleurs que le problème peut être posé dans les mêmes termes pour une opération de sens inverse. Nous l'avons examiné sous ces deux aspects et nous donnerons dans un Mémoire prochain l'ensemble des résultats. On trouvera ci-dessous des extraits d'une expérience permettant de comprendre la manière dont nous discutons le problème et les solutions proposées. Cette expérience est poursuivie sur un porc de 130^{kg}; toutes les valeurs y sont exprimées en grammes.

	N total urinaire.	N urée.	N de NH^3.	N aminé.	N allantoïne.	N créatinine.	N créatine.
Première période (alimentation très riche en matières protéiques, rétention azotée régulière).							
Moy. quot. de 5 jours....	71,67	62,59	2,07	1,18	3,71	0,84	0,63
Deuxième période (alimentation glucidique stricte; diminution progressive de l'excrétion azotée).							
1er jour..................	22,40	18,00	1,13	0,58	1,35	0,75	0,04
2e jour..................	8,28	6,03	0,55	0,50	0,40	0,62	0,05
3e jour..................	7,30	4,90	0,13	0,38	0,44	1,10	0,05
4e jour..................	6,30	3,38	0,16	0,44	0,40	0,91	0,03
Total des 4 jours.......	**44,28**	**32,31**	**1,97**	**1,90**	**2,50**	**3,38**	**0,18**
Troisième période (continuation de la précédente; régime régulier de dépense azotée endogène minima).							
Moy. quot. de 10 jours..	4,46	2,13	0,18	0,42	0,48	0,91	0,02

Pour répondre à la question posée, calculons, à l'aide de la moyenne quotidienne de la dernière période, les rejets correspondant à l'usure régulière de l'organisme pendant la période de descente de l'excrétion azotée et voyons quelles sont les substances rejetées en excès pendant cette période.

	N total.	N urée + N de NH^3. + N aminé.	N allantoïne.	N créatinine + créatine.
Excrétion pendant les 4 jours de descente azotée..............	44,28	36,18	2,59	3,56
Excrétion correspondant à la dépense minima..............	17,84	10,92	1,92	3,72
Différence	+26,44	+25,26	+0,60	−0,16

L'augmentation traduit uniquement une dégradation des matières albu-

minoïdes; l'excès de la somme N urée + N de NH^3 + N aminé représente 95 pour 100 de l'excès d'azote total. Le léger surplus d'allantoïne s'explique fort bien par cette dégradation.

Il nous paraît donc certain qu'une fraction de l'azote retenu pendant l'alimentation protéique l'est réellement sous forme de réserves albuminoïdes. Mais cette fraction est extrêmement faible aussi bien par rapport à la quantité totale d'azote retenu que par rapport à la masse totale des albumines de l'organisme. Dans le cas ici rapporté, elle est de $26^g,44$ pour un animal de 130^{kg}; nous l'avons trouvé de $4^g,28$ chez un sujet de 17^{kg}; de 54^g chez un de 200^{kg}. Il est facile de comprendre que ni les analyses globales d'organisme ni même celles de tissus ne peuvent déceler de si faibles variations. Un porc de 130^{kg} renferme grossièrement 3600^g d'azote protéique; un supplément de 26^g, moins de 1 pour 100, passe inaperçu.

En conséquence, s'il nous paraît maintenant démontré que la rétention d'azote observée lorsqu'on passe d'un régime pauvre à un régime riche en aliments protéiques comporte la formation de véritables albumines de réserve, non intégrées aux tissus, il n'en reste pas moins que c'est là un fait de très minime importance quantitative. C'est essentiellement à la formation et à la disparition de tissus organisés qu'il faut rapporter les gains ou les pertes d'azote que fait l'organisme lors des changements de régime alimentaire.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Chronaxie de subordination chez un invertébré.* Note de Mme **Marcelle Lapicque**, présentée par M. Louis Lapicque.

Il y a quelques années, expérimentant sur les Batraciens, j'avais trouvé que les centres encéphaliques (cerveau exclu) maintiennent dans certains nerfs moteurs une chronaxie notablement plus petite que celle de ces mêmes nerfs séparés des centres [1]. Un peu plus tard, avec L. Lapicque [2], nous avons retrouvé ce phénomène chez les Mammifères, et nous avons alors distingué une *chronaxie de constitution*, propre à un organe déterminé séparé des centres, et une *chronaxie de subordination*, résultant de l'action ci-dessus. J'ai pu ensuite localiser, au moins pour la très grande partie,

[1] M. Lapicque, *C. R. Soc. de Biologie*, 88, 1923, p. 46.

[2] L. et M. Lapicque, *C. R. Soc. de Biologie*, 99, 1928, p. 1390 et 1947.

l'origine de la chronaxie de subordination dans le diencéphale (thalamus) (¹).

Chez les Invertébrés, une première recherche effectuée dans ce sens avec L. Lapicque (²) sur le ganglion étoilé du Calmar (*Loligo peali*) nous avait montré, à la suite de diverses sections nerveuses, des changements de chronaxie certains, mais difficiles à interpréter. Il était important de reconnaitre s'il y avait réellement chez les Invertébrés une chronaxie de subordination homologue à celle des Vertébrés malgré la différence d'organisation.

J'ai trouvé le matériel convenable tout simplement chez l'Escargot commun (*Helix pomatia*), en opérant de la façon suivante. Sur un animal, en train de ramper et parfaitement étalé, notamment la partie antérieure étant bien allongée, on pratique d'un coup de ciseau rapide, une section à ras de la coquille; les viscères sont enlevés avec celle-ci, et l'on aperçoit juste mis à nu par la coupe, et baignant dans l'hémolymphe transparente, une masse nerveuse blanchâtre composée des ganglions sous-œsophagiens et du ganglion pédieux. Une dissection assez simple permet de mettre à nu les ganglions sus-æsophagiens qui doivent être restés intacts. De la masse sous-œsophagienne partent en s'irradiant vers l'extrémité postérieure des filets nerveux visibles sur une certaine longueur et qu'on peut charger sur les électrodes sans dissection supplémentaire.

L'excitation électrique de ces filets nerveux provoque une rétraction de la région postérieure du pied. Au seuil, le mouvement est localisé dans l'extrémité caudale; l'observation de ce mouvement permet des mesures assez faciles. Dane ces conditions voici ce qu'on observe.

La rhéobase et la chronaxie ayant été déterminées lorsque le système nerveux reste intact comme ci-dessus, la section des filets nerveux à leur sortie des centres sous-œsophagiens provoque une légère diminution de la rhéobase et une forte augmentation de la chronaxie.

Exemple (expérience du 15 octobre) :

Avant la section : rhéobase : 0,78 volt; chronaxie : 10^{σ}.

Après la section : rhéobase : 0,62 volt; chronaxie : 25^{σ}.

Autrement dit, la section supprime la chronaxie de subordination et rétablit la chronaxie de constitution, celle que nous avions toujours étudiée antérieurement. L'excitation directe du muscle donne une chronaxie égale à la chronaxie de constitution du nerf.

Pour obtenir ce résultat, il est nécessaire que l'animal soit fraîchement

---

(¹) M. Lapicque, *C. R. Soc. de Biologie*, **105**, 1930, p. 84.

(²) L. et M. Lapicque, *C. R. Soc. de Biologie*, **102**, 1929, p. 626.

préparé ; si l'on n'interroge l'excitabilité que plusieurs heures après l'ablation des viscères, on trouve d'emblée une chronaxie assez grande qui n'augmente plus par la section des filets nerveux.

Par conséquent, les centres nerveux en bon état maintiennent dans les nerfs moteurs du pied une chronaxie diminuée qui est bien l'homologue de la chronaxie de subordination constatée chez les Vertébrés. On peut localiser, parmi les divers centres, l'origine de cette action ; ce sont les ganglions sus-œsophagiens. En effet, la destruction de ces ganglions ou la section des connectifs qui les relient aux centres sous-œsophagiens produisent le même effet que la séparation des nerfs et des centres en général. Cette deuxième section pratiquée après la première ne donne plus qu'une augmentation insignifiante de chronaxie.

Ces faits présentent un parallélisme remarquable avec ceux que j'avais observés chez les Batraciens où l'origine de la chronaxie de subordination est située, non dans la moelle, mais dans les parties phylogénétiquement anciennes de l'encéphale.

BIOLOGIE. — *Observations sur la ponte, la fécondation et les premiers stades du développement de l'œuf chez* Penæus caramote *Risso*. Note de Mme **H. Heldt**, présentée par M. Ch. Gravier.

Sur les côtes tunisiennes, dans les eaux littorales, par fonds de sable vaseux (leur habitat normal), on peut rencontrer en toutes saisons des femelles fécondées de *Penæus caramote* Risso ; mais la fréquence en est particulièrement grande au printemps et en été. Elles présentent alors sur le sternum, entre les pattes IV et V, une production foliacée, souple, de couleur olivâtre, qui n'est autre chose que les appendices aliformes des deux spermatophores que contient le thelicum.

Les spermatophores ont été introduits dans ce réceptacle séminal à la période de la mue. Contrairement à ce qui a lieu chez la plupart des crustacés décapodes, le nombre des spermatophores émis par le mâle est ici très réduit ; l'appareil génital de celui-ci n'en contient au plus que deux définitivement constitués, logés dans la partie terminale, renflée en ampoule, de chaque canal différent. Si leur nombre est restreint, leur taille est par contre relativement grande. De forme sensiblement tétraédrique, ils mesurent en effet 6^{mm} en longueur sur $3^{mm},5$ à la base. Les spermatozoïdes qu'ils contiennent en grand nombre ont un diamètre de $4,5$ à 5^{μ}. Soudée

par l'un de ses bords au sac spermatique, une membrane anhiste, en forme d'aile, l'agrémente. Elle reste, après la fécondation à l'extérieur du corps de la femelle et l'ensemble de ces appendices des deux spermatophores produit le *coagulum pétaloide* décrit par les auteurs.

Après l'introduction des spermatophores, les parois de ceux-ci se soudent intimement à celles du thelycum dont toutes les ouvertures s'oblitèrent à l'exception de deux petits orifices vers la base des quatrièmes pattes. La déhiscence des spermatophores se produit non loin de là, à leurs sommets antérieurs externes, à l'intérieur même du thelycum. Le flux spermatique, endigué par les replis de celui-ci, s'écoule au dehors par les orifices restés libres. Il est possible de localiser ces derniers avec précision en provoquant l'émission des spermatozoïdes à l'extérieur par pression sur les parois du thelycum. Les soies nombreuses de cet organe et des pattes IV dirigent ensuite le sperme vers l'avant sur le sternum où il s'accumule à la base des troisièmes pattes. On peut, en effet, sur une femelle prête à pondre, recueillir à la pipette, dans cette dépression, une grande quantité de spermatozoïdes vivants.

Les œufs seront ainsi fécondés à leur sortie de l'oviducte.

La ponte s'étage de juin à septembre dans la région nord-tunisienne avec un maximum d'intensité aux périodes chaudes de juillet et août. Les femelles mûres ont l'ovaire bourré d'œufs dont la coloration varie quelque peu avec les individus, parfois d'un blanc jaunâtre mais le plus souvent vert olive clair. Ils se présentent comme de petites masses ovoïdes très riches en vitellus, entourées d'une mince membrane et mesurant de $0^{mm},25$ à $0^{mm},31$ suivant leur grand axe et de $0^{mm},22$ à $0^{mm},27$ suivant le petit.

Nous avons observé que la ponte, comme du reste la plupart des manifestations vitales de l'animal en aquarium, avait toujours lieu la nuit et elle s'est montrée favorisée par la température. Les pontes ont débuté en juin dans une eau à 24°,5 et sont devenues plus fréquentes en juillet-août à 26°.

L'allure de la femelle pondant est caractéristique. En temps normal la crevette, lorsqu'elle n'est pas enfouie dans le sable, repose sur ses pattes ambulatoires, l'abdomen légèrement soulevé et allongé dans le prolongement du céphalo-thorax. En position de ponte, l'abdomen demeure horizontal formant avec le telson point d'appui pour le corps tandis que le céphalo-thorax se dresse. On remarque alors que les trois dernières paires de pattes thoraciques effectuent quelques battements simultanés d'avant en arrière, s'arrêtent et recommencent pendant que les œufs sont émis en fumée légère. L'ovaire se vide ainsi complètement en une ou deux minutes.

Aussitôt l'œuf pondu, sa membrane se gonfle considérablement, il semble se trouver au milieu d'une sphère translucide. En aquarium, les œufs restent en suspension dans l'eau, ne tombant sur le fond qu'au bout de plusieurs heures.

La segmentation est totale et égale. On note par l'apparition dans l'œuf de deux taches plus claires correspondant aux régions nucléaires, l'amorce du stade II. Dans les conditions de nos observations (26°), le premier clivage se produit 45 minutes après la ponte. Les deux blastomères s'individualisent complètement donnant l'image de deux sphères égales tangentes extérieurement. Puis dans la région de contact, les contours s'estompent, les deux blastomères semblent se fondre l'un dans l'autre et bientôt toute trace de sillon de segmentation disparaît. On a à nouveau l'aspect de l'œuf non segmenté. Environ 10 minutes après, apparaissent dans la masse quatre zones claires et le début des étranglements du stade IV. Celui-ci aboutit à quatre blastomères sphériques nettement séparés qui vont à leur tour se refusionner, repassant parfois par le stade II, pour revenir, après environ 10 minutes, à la forme de départ. Nous avons pu observer ainsi, durant 2 heures 20 minutes, la succession de phénomènes analogues jusqu'au stade de 64 cellules. Il n'est possible, à chaque point de départ, de déterminer le stade où l'œuf se trouve qu'en comptant les taches claires qui apparaissent à la reprise de chaque nouvelle segmentation.

Ce processus est en tout point semblable à celui signalé par Ishikawa pour les trois premiers stades de segmentation chez une espèce bien différente, *Xiphocaridina compressa*.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *A propos de l'état physique des phosphates calciques dans le lait; le fractionnement de leurs micelles conduit à l'existence de la caséine libre de chaux et de combinaison phosphatée calcique.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Achard.

Au fur et à mesure des progrès de la technique scientifique, les matières protéiques se trouvent dépouillées d'une grande partie des propriété physico-chimiques qui leur étaient jusque-là attribuées et qui, en réalité, appartiennent le plus souvent à des substances accessoires, électrolytes, qu'elles entraînent ou adsorbent, lipides qui contribuent à les stabiliser, pigments qu'elles fixent, etc. Il faut cependant reconnaître que ces impuretés représentent des conditions mêmes de la vie, car elles sont imposées aux matières

fondamentales au cours des diverses réactions vitales, par le jeu des forces physiques et plus particulièrement des *forces capillaires*, au sein des tissus ou des éléments cellulaires leur donnant naissance.

La formation du lait représente l'exemple le plus typique de ces réactions complexes au sein de l'organisme. Les relations entre les diverses substances colloïdales et notamment entre caséine, chaux et phosphates calciques exigent encore, après tant de travaux, de nouvelles recherches. Nous les avons entreprises à partir de laits de différentes espèces, recueillis très proprement, refroidis aussitôt, puis centrifugés pour séparer complètement le beurre. Les diverses opérations de dialyse contre eau ou glycérine ont été effectués à 0°, dans un laboratoire frigorifique.

I. Par *simple centrifugation* à grande vitesse, comme l'ont démontré déjà L. van Slyke et W. Bosworth, on sépare les plus grosses micelles de phosphate colloïdal, mais il faut ajouter ici, avec de notables variations suivant l'espèce animale, les individus et même l'état de fonctionnement de la mamelle. M. Boris Celan a montré notamment que l'élimination des cellules blanches ou épithéliales par le lait, peut subir périodiquement d'assez larges oscillations.

	Pour 100cm³ de lait centrifugé.		
	Culot de centrifugation séché à 105-107°.	Cendres (phosphates calciques).	Cendres pour 100 du résidu sec.
	g	g	
Vache normande (n° 1)	0,3152	0,0271	8,59
» (n° 2)	0,2503	0,0214	8,56
Vache flamande	0,0515	0,0071	13,74
Anesse	0,2621	0,0209	7,97
Chèvre grise	0,1281	0,0151	11,78
Chèvre blanche :			
Période lymphocytaire	0,3005	0,0518	17,23
Période de desquamation mammaire	0,5493	0,0568	10,33
	0,5405	0,0727	13,44

Après congélations répétées, suivies chaque fois de fonte, on isole ensuite de petites quantités de phosphate en suspension.

II. *La dialyse contre l'eau distillée*, sur cellophane, permet d'enlever encore de faibles proportions de phosphate tricalcique. Ces micelles, les plus fines, sont entraînées pendant l'ultrafiltration du lactose, des électrolytes comprenant les phosphates calciques et magnésiens directement solubles, de l'extrait azoté, etc. Chaque eau de dialyse, après concentration au bain-marie, abandonne en effet, à la reprise par l'eau, une poudre blanche, inso-

luble, que les dosages de CaO et P^2O^5 démontrent être du phosphate tricalcique.

	Extrait sec des eaux de dialyse	
	soluble (lactose, sels etc.).	insoluble (phosphate tricalcique).
Vache flamande (100$^{cm^3}$ lait), teneur en CaO = 0,192 :		
1re eau de dialyse	3^g,1320	0^g,0316
2e »	1,4705	0,0149
3e »	0,6900	0,0114
4e »	0,2874	0,0026
5e »	0,0631	......
Vache normande (100$^{cm^3}$ lait)	5,4522	0,1069
Chèvre	4,9977	0,0515

Ces phosphates ultrafiltrés représentent de 13 à 25 pour 100 de la CaO du lait.

L'addition, au lait déjà dialysé, de 3^g,8 de lactose n'enlève, par ultrafiltration, que des traces de phosphate insoluble.

L'influence des *citrates alcalins* sur la dialyse du phosphate colloïdal est beaucoup plus féconde.

Le citrate *monosodique*, à la concentration de 3^g,5 pour 100 de lait, flocule, dans le dialyseur, la caséine. La dialyse achevée, la caséine lavée ne contient plus de chaux, sa teneur en P oscille entre 0,63 et 0,65 pour 100.

Les citrates *di- et trisodique*, à la même concentration, font disparaître complètement l'opalescence du lait et le transforment en un liquide clair, incolore.

Ils permettent d'éliminer, par dialyse aqueuse, de 75 à 80 pour 100 de la CaO totale.

III. Enfin, en effectuant la dialyse du lait, non plus contre de l'eau mais contre de la *glycérine* ($d = 1,262$), l'ultrafiltration des phosphates insolubles peut être poussée beaucoup plus loin; nous l'apprécierons par le dosage de la CaO restée dans le dialyseur.

Dialysé directement contre glycérine, le lait perd environ de 29 à 33 pour 100 de sa CaO. Lorsqu'on lui ajoute au préalable du citrate neutre de soude (3^g,5 pour 100), par simple effet, il conserve en CaO totale : 11,32 à 12,57 (vache), 12,17 à 13,86 (chèvre), et par double effet, seulement 4,5 à 4,8 pour 100 en moyenne.

Si l'on rapporte ces derniers chiffres au poids de caséine engagée, on calcule que 100^g de cette protéine ne contiennent plus que 0^g,24 à 0^g,26 pour 100 de CaO, résultats bien inférieurs à ceux indiqués par van Slyke (7^g,5 pour 100) et Porcher (2^g). Il semble dès lors probable qu'en substituant à la glycérine, le sirop de sucre ([1]) de densité plus élevée ($d=1,380$), et en répétant les doubles effets on arriverait à obtenir la caséine privée de CaO, dans des milieux à réaction alcaline.

Conclusions. — Ces recherches montrent que par de simples moyens physiques : centrifugation, congélation et surtout par dialyse contre eau, glycérine ou saccharose ([1]) on peut déjà pousser assez loin le fractionnement des micelles du phosphate tricalcique du lait. L'emploi de citrates di- et trisodique conduit à une caséine contenant seulement des traces de CaO.

La conception actuelle de la caséine dans laquelle la chaux serait liée à un oxydrile phosphorique apparaît désormais comme beaucoup moins certaine.

Dans le lait toute *la chaux colloïdale semble donc exister à l'état de phosphate tricalcique.*

MÉDECINE. — *Sur un nouvel hélio-actinomètre.* Note ([2]) de M. **Bordier**, présentée par M. d'Arsonval.

Ce dosimètre héliométrique est basé sur le virage d'une solution chloroformique d'iodoforme sous l'influence des rayons photochimiques solaires.

D'incolore, cette solution devient mauve et la coloration se fonce d'autant plus que la quantité de lumière reçue est plus grande.

L'évaluation de la proportion d'iode mis en liberté se fait par comparaison avec des solutions titrées d'iode dans le chloroforme prises sous la même épaisseur que le liquide réactif. Celui-ci est placé dans un tube de quartz et les solutions titrées d'iode sont renfermées dans des tubes de verre scellés à la lampe.

La comparaison du liquide du tube de quartz, après son exposition à la lumière solaire pendant un temps exactement mesuré, doit se faire en com-

---

([1]) Piettre et Vila, *Comptes rendus*, **156**, 1913, p. 1182.

([2]) Séance du 16 novembre 1931.

mençant par les tubes étalons *de coloration moins foncée* que celle du tube de quartz.

Les numéros gravés sur les tubes de verre scellés correspondent de 1 à 10, à la proportion en centigrammes d'iode dissous dans 100^{cm^3} de chloroforme. Les n°s 11 et 12 correspondent respectivement à 15^{cg} et à 20^{cg} pour 100 d'iode.

Si par exemple, on a trouvé que l'égalité de teinte se produit avec le tube n° 3, cela indique que la quantité d'iode libéré dans le tube de quartz est de 3^{cg} pour 1000^{cm^3} de chloroforme.

Si l'on prend pour *unité héliométrique* la quantité de lumière capable de libérer 1^{cg} d'iode pour cent de la solution d'iodoforme, on pourra exprimer les doses de rayons photochimiques solaires par un nombre : si, par exemple, après une exposition de 3 minutes de la solution réactif dans le tube de quartz, la teinte de virage est égale à celle du tube étalon n° 6, la quantité de lumière reçue sera de 6 unités en 3 minutes, soit de 2 unités en 1 minute.

Dans de telles conditions, la dose de rayons photochimiques absorbée par un malade pendant un traitement héliothérapique ayant duré 15 minutes, sera par conséquent de $2 \times 15 = 30$ unités héliométriques.

Le nombre d'unités correspondant à *une minute* d'exposition à la lumière solaire s'appelle l'*indice héliométrique*. Cet indice ajouté aux autres indices (barométrique, thermométrique, hygrométrique, pluviométrique) de chaque station climatique (à condition de le déterminer partout à la même heure, par exemple à midi) servira à caractériser chaque station au point de vue de la valeur héliothérapique des régions où se font les cures solaires.

On comprend facilement l'intérêt qu'on aurait à faire partout ces déterminations pour rendre *correctes* et *scientifiques* les *applications de l'héliothérapie*.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Production de tumeurs d'apparence sarcomateuse chez l'annélide* Nereis diversicolor *O. F. M. par inoculation de* Bacterium tumefaciens *Sm.* Note de M. **J. André Thomas**, présentée par M. Roux.

Nereis diversicolor réagit d'une façon particulièrement intense à certains processus irritatifs ou favorisant la prolifération cellulaire. A la suite de phénomènes biologiques, déterminés par les variations du milieu extérieur, les oocytes de cet annélide dégénèrent dans la cavité générale. Les nécro-

hormones ainsi libérées, provoquent une lymphogénèse de grande intensité, qui aboutit à la formation de tumeurs fibroblastiques, volumineuses et envahissantes, mais bénignes ([1]). Ce processus peut être reproduit expérimentalement. De même l'inoculation d'extraits organiques homologues, en suspension dans de l'arséniate de soude à 0,1 pour 100, provoque des réactions analogues. Par contre divers extraits embryonnaires associés à des substances chimiques cancérigènes, ne déterminent que des réactions inflammatoires très banales sans participation du parenchyme ([2]). Or, le *Bacterium tumefaciens* peut provoquer des réactions cellulaires inflammatoires intenses dans la tunique d'*Ascidia mentula* ([3]). Il peut de même provoquer une infection générale mortelle chez *Sipunculus nudus* parasitant électivement tout d'abord le noyau de certaines cellules et se transformant alors en granules au seuil de la visibilité ([4]). Ce microorganisme est-il susceptible de déterminer chez *Nereis diversicolor* des néoformations autres que celles résultant de l'évolution et de l'organisation des cellules sanguines?

1° 8 *Nereis diversicolor* normales sont inoculées avec une émulsion de *Bacterium tumefaciens*, dans la cavité générale; 3 seulement résistent complètement à l'inoculation après 11 jours. Les autres meurent plus ou moins rapidement d'infection générale, avec formation de nodules tumoraux inflammatoires de grande taille dus à l'organisation des leucocytes et des linocytes. Les frottis montrent le *Bacterium tumefaciens* en abondance sous sa forme de Bacille.

Mais ne peut-on obtenir que des septicémies? J'ai inoculé le *Bacterium tumefaciens* à des *Nereis* portant des tumeurs bénignes dues à la dégénérescence des oocytes, au voisinage immédiat de ces tumeurs.

2° 7 *Nereis* présentant des petites tumeurs bénignes au début, de taille minuscule, ne réagissent comme celle du lot précédent que par une infection générale, sauf 3 exemplaires. Les tissus tumoraux infectés sont seulement envahis par une nouvelle onde d'éléments lymphoïdes.

3° Par contre, sur 4 *Nereis* atteintes de tumeurs bénignes plus évoluées, deux ayant les plus grosses tumeurs, subissent une transformation très rapide de leur néoformation. Ces deux tumeurs se mettent brusquement à augmenter de volume et à envahir les tissus sains, tandis que les *Nereis*

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 828-830, et *Arch. d'Anat. microsc.*, **26**, 1930, p. 251-333.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **108**, 1931, p. 667-669.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **108**, 1931, p. 694-696.

([4]) *C. R. Soc. Biol.*, **108**, 1931, p. 772-774.

sont de plus en plus atteintes dans leur vitalité. L'une est sacrifiée après 2 jours, l'autre dont la tumeur a au moins quadruplé de volume, et qui en outre a fait une seconde tumeur plus petite non loin de la première, est sacrifiée le neuvième jour. L'analyse histologique de ces trois tumeurs montre qu'il ne s'agit plus seulement de l'organisation des éléments lymphoïdes. C'est le tissu mésenchymateux, le parenchyme, qui jusqu'à présent n'avait jamais pris part aux processus réactionnels expérimentaux, qui se transforme et envahit les tissus normaux. Les cellules parenchymateuses se multiplient activement et cette fois par mitose; elles s'arrondissent, se libèrent et poussent des travées qui infiltrent, détruisent et remplacent les tissus primitifs de la tumeur bénigne, puis les muscles de l'annélide, qui peuvent complètement disparaître. Ce parenchyme est riche en sarcolytes. On peut obtenir des cellules de grande taille, à noyau géant, et quelques mitoses atypiques, même tripolaires, enfin une orientation souvent tourbillonnaire des cellules qui sont alors fusiformes. S'il est peut-être imprudent d'affirmer que l'on a affaire à de vrais sarcomes, étant donné que l'on considère souvent maintenant que le *Bacterium tumefaciens* ne provoque que des granulomes inflammatoires chez les plantes, on ne peut que constater que l'évolution et la structure histologique de ces tumeurs sont d'apparence sarcomateuse, fait non réalisé encore chez les invertébrés.

Or, l'évolution du *Bacterium tumefaciens* est ici analogue à celle que j'ai étudiée chez le Sipuncle [1]. On le trouve abondamment dans le sang infecté, sous forme de Bacilles vigoureux et libres; mais dans les tissus tumoraux il subit une évolution particulière. Il existe à l'état de Bacille dans le cytoplasme et aussi plus rarement dans le noyau d'îlots de cellules, situés à la périphérie de la tumeur le 2e jour. Mais il s'y transforme, sans paraître dégénérer, en granules de plus en plus petits. Le 9e jour on ne trouve plus, dans les cellules tumorales, que des granules très vraisemblablement dérivés du *Bacterium tumefaciens* comme si ce microorganisme déterminait surtout la prolifération cellulaire à l'état de granules au seuil de la visibilité.

Le *Bacterium tumefaciens* peut donc provoquer chez *Nereis diversicolor* des tumeurs d'apparence sarcomateuse. Il subit alors une transformation en granules qui parasitent les cellules tumorales, et paraissent provoquer dans ce cas, leur multiplication.

A 15^{h}45^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

---

(1) *Loc. cit.*, p. 772-774.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Eugène Cosserat* présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne. . . . . M. **Lucien Cuénot**.

En seconde ligne, *ex æquo par ordre alphabétique* . . . . MM. **René Baire**, **Charles Camichel**, **Camille Sauvageau**, **Magnus de Sparre**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 16 novembre 1931.)

Note de MM. *J. Costantin*, *P. Lebard* et *J. Magrou*, Influence du séjour en montagne sur la productivité de la pomme de terre :

Page 904, ligne 25, *au lieu de* plants, *lire* plantes; ligne 36, *au lieu de* 8 pour 100 au lieu de 9,4 : différence faible, *lire* 459 au lieu de 496 et 502.